



FYSIIKKA

FYSIIKAN TEHTÄVIÄ • KURSSIT 1 – 8 • MATTI LAMMELA



TURUN KRISTILLISEN OPISTON OPPIMATERIAALEJA

Fysiikka ja integroivat tehtävät: Matti Lammela, 2014.

Taitto ja kuvitus: Ulriikka Lipasti, Turun Etusivu Oy.

Julkaisija: Turun kristillisen opiston säätiö, Lustokatu 7, 20380 Turku.

Rahoitettu Opetushallituksen tuella.

ISBN 978-952-5803-26-6

Sisällysluettelo

Fysiikan kurssi 1	5
Fysiikan kurssi 2	6
Fysiikan kurssi 3	7
Fysiikan kurssi 4	8
Fysiikan kurssi 5	9
Fysiikan kurssi 6	10
Fysiikan kurssi 7	11
Fysiikan kurssi 8	12
Integroidut tehtävät	13
Harjoitustehtävien ratkaisut	14

FYSIIKAN
HARJOITUSTEHTÄVIÄ
KURSSIT 1 – 8

Fysiikka • Kurssi I • Harjoitustehtäviä

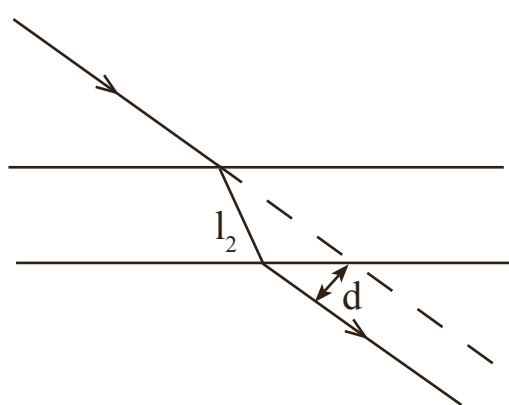
1. Turun ja Helsingin välisellä moottoritieellä on tapahtunut liikenneonnettomuus. Ambulanssi on valmiiksi liikenteessä 18 km:n päässä onnettomuuspaikalta. Mediheli lähtee liikkeelle Turusta. Matkaa onnettomuuspaikalle on 31 km, ja liikkeelle lähtöön kuluu aikaa 3,0 minuuttia. Kumpi on onnettomuuspaikalla nopeammin, ambulanssi vai mediheli, kun ambulanssin keskivauhti on 140 km/h ja medihelin 350 km/h?
2. Kerrostaloasunnossa vietetään lauantai-iltana kotibileitä. Parvekkeella syntyy käsirysyä, jolloin eräs juhlijoista putoaa. Kuinka suurella nopeudella juhlija osuu maahan, kun hän tippuu kolmannesta kerroksesta (9,0 metrin korkeudesta)? Miten suuri keskimääräinen voima vaikuttaa putoajaan ($m = 75 \text{ kg}$) hänen osuessaan maahan, kun nopeus hidastuu nolnaan 0,052 sekunnissa? Ilmanvastusta ei oteta huomioon.
3. Selitä omin sanoin Newtonin I (jatkavuuden laki), II (dynamiikan peruslaki) ja III (voiman ja vastavoiman laki) laki.
4. Nimeä perusvuorovaikutus, joka
 - a. vaikuttaa kvarkkien välillä atomin ytimessä ja on yleensä vetävä
 - b. vaikuttaa kaikkien sähköisten kappaleiden välillä ja voi olla sekä vetävä että hylkivä
 - c. vaikuttaa kaikkien kappaleiden välillä ja on aina vetävä
 - d. vaikuttaa kaikkien alkeishiukkasten välillä.

Fysiikka • Kurssi 2 • Harjoitustehtäviä

1. Kalorimetrissä on 510 g jäätä lämpötilassa $-7,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Kalorimetriin lisätään 1,5 litraa vettä, jonka lämpötila on $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Mikä on loppulämpötila, kun jään ominaislämpökapasiteetti on $2,09\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ja ominaissulamislämpö on $333\text{ kJ}/\text{kg}$, ja veden ominaislämpökapasiteetti on $4,19\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$?
2. 80-asteista vettä ja 15-asteista vettä sekoitettiin astiaan yhteensä 10 litraa. Astiasta otettiin tämän jälkeen pois 3 litraa vettä ja lisättiin tilalle 3 litraa 15-asteista vettä. Kuinka paljon astiaan laitettiin alun perin 15-asteista vettä, kun loppulämpötilaksi tuli 30 astetta ?
3. Sukeltaja on 8 metrin syvyydessä vedessä (tiheys $1000\text{ kg}/\text{m}^3$) ja hengittää sisään 4 litraa ilmaa, jonka lämpötila on $4\text{ }^{\circ}\text{C}$. Tämän jälkeen sukeltaja nousee pintaan hengittämättä ulos. Mikä on sisään hengitetyn ilman tilavuus keuhkoissa sukeltajan ollessa pinnalla (paine on normaali ilmanpaine)?
4. Henkilön syke on $80\text{ lyöntiä}/\text{min}$ ja hänen sydämen teho $1,8\text{ W}$. Oletetaan, että oikea kammio tekee $1/6$ ja vasen kammio $5/6$ kokonaistyöstä ja vasen kammio pumppaa verta yhdellä kerralla 65 ml . Mikä on kyseisen henkilön verenpaine (systolinen), kun tiedetään, että kammioiden tekemä työ noudattaa kaavaa $W = p\Delta V$?
5. Lasisen ja PVC-muovisen astian tilavuus on $25\text{ }^{\circ}\text{C}$:n lämpötilassa sama. Kummalla astialla tulee suurempi mittausvirhe lämpötilassa $0\text{ }^{\circ}\text{C}$? Kuinka monta prosenttia mittausvirhe on? Lasin pituuden lämpötilakerroin on $8\cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ja PVC-muovin $80\cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$.

Fysiikka • Kurssi 3 • Harjoitustehtäviä

1. a. Benjihyppääjä (massa $m = 74 \text{ kg}$) hyppää joen yli kulkevalta sillalta 85 metrin korkeudesta. Benjiköysi on venyttämättömänä 35 metriä pitkä. Mikä pitää köyden jousivakion vähintään _____ olla, jotta hyppääjä käy lähimmillään 15 metrin päässä veden pinnasta?
- b. Mikä on kiihtyvyys hyppääjän lähtiessä nousemaan ylös?
- c. Kuinka painava hyppääjä voi hypätä samalla köydellä osumatta maahan?
(Ilmanvastusta ja köyden massaa ei oteta laskuissa huomioon.)
2. Kolmen metrin etäisyydellä pistemäisestä aaltolähteestä intensiteetti on $8,6 \text{ W/m}^2$. Millä etäisyydellä aaltolähteestä intensiteetti on puolet kolmen metrin etäisyydellä olevasta?
- a. 6,0 m b. 4,2 m c. 12 m d. 2,1 m
3. Valonsäde tulee ilmasta ja kulkee 2,5 cm paksun lasilevyn läpi takaisin ilmaan. Mikä on lasin taitekerroin, kun valo kulkee lasissa matkan $l_2 = 2,8 \text{ cm}$ ja yhdensuuntaissiirtymän suuruus on $d = 1,0 \text{ cm}$?



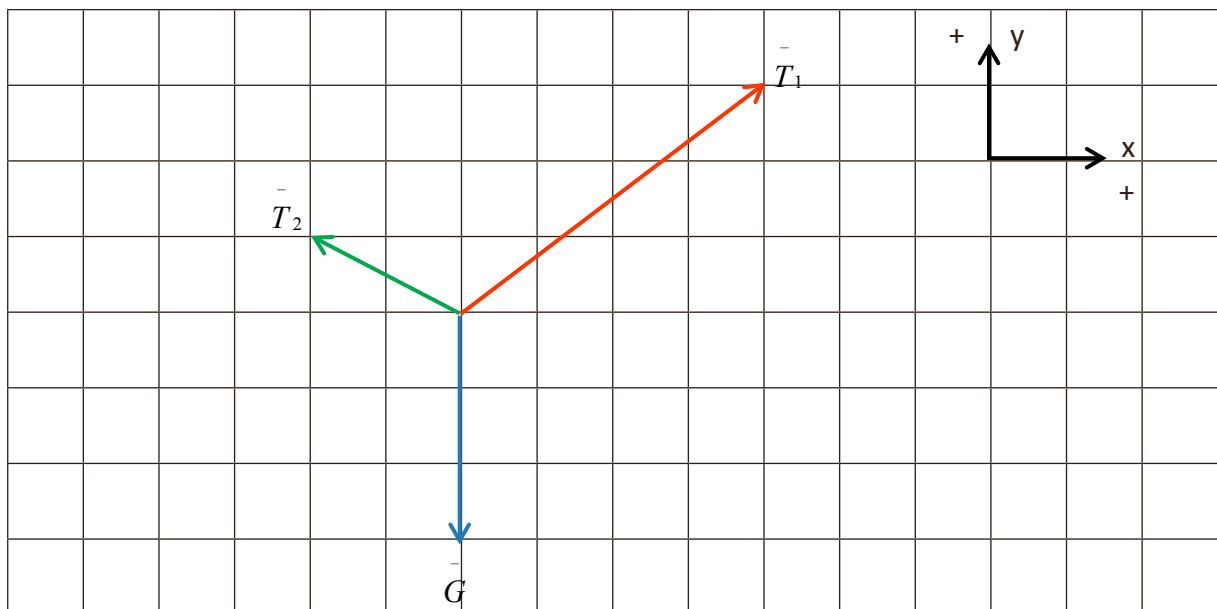
4. Selitä termit ja kerro minkälaisella linssisysteemillä ne voidaan korjata. Piirrä a- ja b-kohdista yksinkertaiset kuvat ennen korjausta ja korjauksen jälkeen.
- a. likitaitteinen
- b. kaukotaitteinen
- c. ikänäköisyys
- d. hajataitteisuus
5. Mikä on kuperan linssin polttoväli, kun esine on 25 cm:n päässä linssistä siitä muodostuu valekuva, ja viivasuurennos on 4,0? Piirrä tilanteesta kuva.

Fysiikka • Kurssi 4 • Harjoitustehtäviä

1. Autoilija ajaa hämärässä nopeudella 80,0 km/h. Yhtäkkiä hän huomaa tiellä hirven, joka on 85 m:n päässä. Autoilijalla kestää 1,0 sekuntia, ennen kuin hän aloittaa lukkojarrutuksen. Auton massa kuljettajineen on 1200 kg. Osuuko autoilija hirveen, ja jos osuu niin millä nopeudella

- kun tie on kuiva ja hidastava voima on 11000 N
- kun tie on jäinen ja hidastava voima on 1800 N?

2. Jaa voimat komponentteihin ja laske voimien summa. Piirrä kokonaisvoiman vektori. Yksi ruutu on yhtä kuin 1 N.



3. Piirrä ja nimeä kappaleeseen vaikuttavat voimat:

- Pallo, joka roikkuu ilmassa paikallaan narun varassa.
- Hiihtäjä, joka laskee alas mäkeä ja vauhti kiihtyy.
- Laskuvarjohyppääjä ilmalennon aikana nopeuden pysyessä vakiona.
(Tarkastele hyppääjää ja varjoa yhtenä kappaleena.)

Fysiikka • Kurssi 5 • Harjoitustehtäviä

1. Sentrifugi kiihtyy levosta nopeuteen 240 kierrosta/ minuutti 8,0 sekunnissa.

Sentrifugin halkaisija on 32 cm. Laske

- | | |
|------------------------|---|
| a. kulmanopeus lopussa | d. ratanopeus lopussa |
| b. kulmakiihtyvyys | e. normaalikiihtyvyys |
| c. tangenttikiihtyvyys | f. kiihdytyksen aikana kierrettyjen kierroksien lukumäärä |

2. Tasapaksu kappale asetetaan kepin päälle pisteestä P.

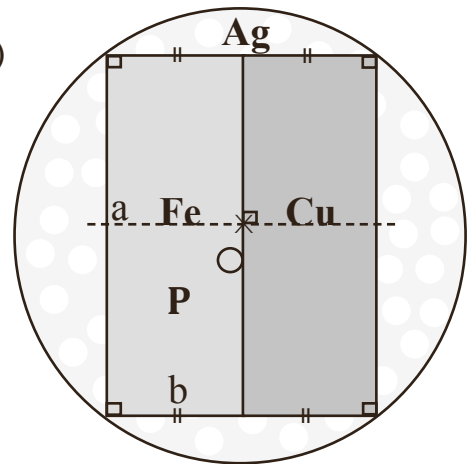
Kappale koostuu kolmesta eri materiaalista: raudasta

($\rho_{Fe} = 7,87 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$), kuparista ($\rho_{Cu} = 8,96 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$)

ja hopeasta ($\rho_{Ag} = 10,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$). Pysyykö kappale kepin

päällä tasapainossa, kun kappaleesta päästetään irti?

($a = 4,0 \text{ cm}$, $b = 2,0 \text{ cm}$ ja pisteen P etäisyys ympyrän keskipisteestä 0,5 cm)



3. Mies tulee lääkäriin ja valittaa selkäänsä.

Hän on yrittänyt siirtää 55 kg painavaa kiveä nostamalla.

- Kuinka suuri voima nostamiseen on tarvittu?
- Kaksivartisella vipuvarrella voimaa olisi saanut pienennettyä.
Kuinka pitkä olisi vipuvarren r_2 pitänyt olla, jotta voima olisi ollut puolet alkuperäisestä, kun alkuperäinen voima $F = F_1$ ja vipuvarsi $r_1 = 0,5 \text{ m}$?
- Minkälaisella taljasysteemillä voima olisi ollut 1/4 alkuperäisestä?

4. Ajatellaan yksinkertaistetusti, että sentrifugi koostuu pyöreästä kiekosta, jonka halkaisija on 32 cm ja massa 2,2 kg. Sentrifugissa on neljä 20 g näytettä, joiden painopisteen etäisyys keskipisteestä on alussa 11 cm. Lopussa kahden näytteen painopiste on 12 cm:n ja kahden näytteen 13 cm:n päässä keskipisteestä. Kuinka suuri pitäisi kulmanopeuden lopussa olla verrattuna alkutilanteeseen, jotta pyörimismäärä alussa ja lopussa olisi sama?

5. Sentrifugin kiekko, jonka halkaisija on 32cm ja massa 2,2 kg, pyörii alussa 1200 kierrosta minuutissa. Kuinka monta kierrosta kiekko (ilman näytteitä) pyörii sammuttamisen jälkeen, ennen kuin se pysähtyy? Kiekkoon kohdistuu 1,0 Nm:n suuruinen pyörimistä hidastava momentti.

6. Auringon massa on $1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ja Maan massa on $5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. Maan etäisyys Auringosta on $149,59787 \cdot 10^9 \text{ m}$. Millä etäisyydellä Maasta 60,5 kg painavaan mieheen vaikuttavat Auringosta ja Maasta aiheutuvat gravitaatiovoimat ovat yhtä suuret Maan ja Auringon välissä?

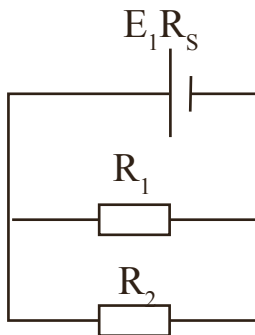
Fysiikka • Kurssi 6 • Harjoitustehtäviä

1. Selitä lyhyesti ja piirrä esimerkkikytkentäkaavio

- suljettu virtapiiri
- avoin virtapiiri
- virran mittaaminen
- jännitteen mittaaminen

2. Virtapiiri koostuu jännitelähteestä ja kahdesta vastuksesta. Jännitelähteen lähdejännite on 4,5 V ja sisäinen resistanssi $1,5 \Omega$. Vastus R_1 on poikkileikkaukseltaan ympyrä germaniumlanka ($\rho_{Ge} = 46 \cdot 10^{-2} \Omega m$), jonka pituus on 1,0 cm ja säde 2,0 mm. Vastuksen R_2 resistanssi on $0,20 k\Omega$.

- Kuinka suurella yhdellä vastuksella vastukset R_1 ja R_2 voitaisiin korvata?
- Mikä on jännitelähteen napajännite?
- Kuinka suuret virrat kulkee vastuksien R_1 ja R_2 kautta?



3. Elektroni liikkuu xy -tasossa ja saapuu origon kautta x -akselin suuntaiseen sähkökenttään nopeudella $v_0 = 2,5 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$ x -akseliin nähden kulmassa $\alpha_0 = 45^\circ$. Sähkökentän voimakkuus on $E = 2000 N/C$. Sähkökenttä on y -akselin suunnassa ääretön, ja x -akselin suunnassa sähkökenttä vaikuttaa matkalla $l = 22 cm$.

- Mikä on elektronin nopeus elektronin poistuessa sähkökentästä?
- Mikä on elektronin sijainti y -akselin suunnassa elektronin poistuessa sähkökentästä?

4. Levykondensaattori koostuu kahdesta neliönmallisesta levystä, joiden sivun pituus on 11 cm. Levyjen välimatka on 1,3 mm, ja välissä on ilmaa (suhteellinen permittiivisyys 1,0006). Kondensaattoria varataan 0,3 sekunnin ajan 0,05 mA:n virralla.

- Mikä on kondensaattorin energia?
- Levyjen väli täytetään PVC-muovilla (suhteellinen permittiivisyys 4,6).
Mikä on tällöin levyjen välinen jännite?

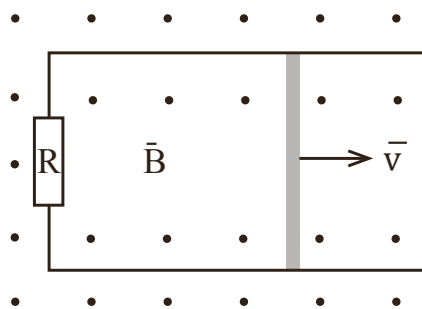
Fysiikka • Kurssi 7 • Harjoitustehtäviä

I. Selitä lyhyesti

- millaisia ovat magneettikentän kenttäviivat
- ferromagneettinen aine
- paramagneettinen aine
- diamagneettinen aine.

2. Protonia kiihdytetään 50,0 kV:n jännitteellä 15 cm matkalla. Tämän jälkeen protoni tulee kohtisuorasti homogeeniseen magneettikenttään. Laske magneettivuon tiheys, kun protoni joutuu ympyräradalle, jonka säde on 20 cm.

3. Kaksi suoraa yhdensuuntaista johdinta ovat magneettikentässä. Johtimet on yhdistetty toisiinsa vastuksella, jonka resistanssi on 65Ω . Johtimia pitkin vedetään suoraa metallitankoa, jonka pituus on 10,5 cm. Johtimet ja tanko ovat kohtisuorassa 0,15 T:n magneettikenttää vastaan. Kuinka suuri sähkövirta piirissä kulkee ja mihin suuntaan, kun tankoa vedetään vasemmalta oikealle nopeudella 1,3 m/s?



4. RCL-piiri koostuu sarjaan kytketyistä 15Ω :n vastuksesta, 0,40 H:n käämistä (käämin sisäinen resistanssi $1,7 \Omega$) ja $3,2 \mu\text{F}$:n kondensaattorista. Laske piirissä kulkeva tehollinen sähkövirta ja tehonkulutus, kun siihen on kytketty 230 V/50 Hz vaihtojännite. Piirrä kytkentäkaavio.

Fysiikka • Kurssi 8 • Harjoitustehtäviä

1. Aineen pintaa valaistaan violetilla valolla, jonka aallonpituus on 400,0 nm. Laske elektronin irrotustyö, kun elektronin saama suurin nopeus on 5104 m/s. Mikä alkuaine on kyseessä?
2. Elektroni on aluksi kvanttilukua 33 vastaavalla tilalla. Mille tilalle elektroni siirtyy, kun atomin säteilemän fotonin taajuus on $4,02 \cdot 10^{11}$ Hz? Tarkastele siirtymää Bohrin vetyatomimallin mukaisesti.
3. Aineen kiderakennetta tutkittiin röntgendiffraktiolla. Käytetyn röntgensäteilyn aallonpituus oli 0,25 nm. Mikä oli kidetasojen välimatka, kun toisen kertaluvun maksimi havaittiin kulmassa $\theta = 32^\circ$?
4. Radon on radioaktiivinen aine, jota voi joutua huoneilmaan maaperästä esimerkiksi taloissa, joissa on porakaivo. Kirjoita reaktioyhtälö radon-222 isotoopin alfahajoamiselle. Laske myös radon ytimen massavaje ja sidososuus. Radon-222 atomin massa on 222,017570 u.
5. Selitä annihilaatio esimerkin avulla.
6. Sairaalatutkimuksissa käytetyn radioaktiivisen aineen määrässä tapahtuu tammikuun 1. päivä klo 12.00 $5,2 \cdot 10^8$ hajoamista sekunnissa. Tasan viikon kuluttua hajoamisia tapahtuu $4,4 \cdot 10^7$ hajoamista sekunnissa. Mikä on kyseisen aineen aktiivisuus tammikuun 21. päivä klo 12.00?

Integroidut tehtävät

- Galvaaninen kenno koostuu kadmiumista ($E = -0,40\text{ V}$) ja elohopeasta ($E = +0,86\text{ V}$).
 - Kumpi hapettuu ja kumpi pelkistyy? Mikä on kyseisen kennon kennopotentiali? Kirjoita kennoreaktiot ja kokonaisreaktio.
 - Kolme samanlaista kennoa kytketään sarjaan, ja niiden lisäksi piiriin kytketään rinnan kaksi lamppua, joista toisen resistanssi on $5,0\ \Omega$ ja toisen $8,0\ \Omega$. Kuinka suuret virrat lamppujen kautta kulkee? Miten paljon lamput kuluttavat yhteensä virtaa $60,0$ minuutin aikana?
- Natriumkloridin vesiliuoksen resistiivisyys (Ωm) on verrannollinen konsentraatioon (mol/l) kaavan $\rho = \frac{1}{5c}$ mukaan. Sairaalassa valmistettiin suolaliuos punnitsemalla $8,77\text{ g}$ ruokasuolaa ja mittaamalla $1,000,0\text{ ml}$ tislattua vettä. Näin valmistettua suolaliuosta oltiin antamassa potilaalle, kun vahingossa $5,0\text{ mm}$ sisähalkaisijaltaan oleva letku katkesi 65 cm:n päästä potilaasta ja osui sähkölaitteeseen, jossa jännite 230 V . Kuinka suuri virta letkun läpi kulki potilaan käteen, joka oli kiinni sängyn rungossa (sängyn runko oli maadoitettu)? (Letkua voidaan ajatella eristeenä suolaliuosjohtimen ympärillä.)
- Etanolin palamisessa vapautuu energiaa $29,7\text{ MJ}$ kilogrammaa etanolia kohti. Kirjoita etanolin palamiselle reaktioyhtälö. Miten suuren $-18\text{ }^\circ\text{C:n}$ jääpalan pystyy sulattamaan vedeksi polttamalla $0,5$ litraa etanolia? Etanolin tiheys on 800 kg/m^3 . Oletetaan, että kaikki palamisessa syntyvä lämpö siirtyy jälle.

FYSIIKAN
HARJOITUSTEHTÄVIEN
RATKAISUT

Fysiikka • Kurssi I • Ratkaisut

I. Turun ja Helsingin välisellä moottoritieellä on tapahtunut liikenneonnettomuus. Ambulanssi on valmiiksi liikenteessä 18 km:n päässä onnettomuuspaikalta. Mediheli lähtee liikkeelle Turusta. Matkaa onnettomuuspaikalle on 31 km, ja liikkeelle lähtöön kuluu aikaa 3,0 minuuttia. Kumpi on onnettomuuspaikalla nopeammin, ambulanssi vai mediheli, kun ambulanssin keskinopeus on 140 km/h ja medihelin 350 km/h?

$$s_A = 18 \text{ km}$$

$$v_A = 140 \text{ km/h}$$

$$s_M = 31 \text{ km}$$

$$v_M = 350 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$t_{M, \text{liikkeellelähtö}} = 3,0 \text{ min}$$

Ambulanssilla matkaan kuluu $t_A = \frac{s_A}{v_A} = \frac{18 \text{ km}}{140 \text{ km/h}} = 0,128\dots \text{h} \approx 7,7 \text{ min}$

Medihelillä matkaan kuluu $t_M = \frac{s_M}{v_M} + t_{M, \text{liikkeellelähtö}} = \frac{31 \text{ km}}{350 \text{ km/h}} + 3,0 \text{ min}$

$$= 0,0885\dots \text{h} + 3,0 \text{ min} = 5,314\dots \text{min} + 3,0 \text{ min} = 8,314\dots \text{min} \approx 8,3 \text{ min}$$

Tulos: Ambulanssi on nopeammin onnettomuuspaikalla.

2. Kerrostaloasunnossa vietetään lauantai-iltana kotibileitä. Parvekkeella syntyy käsirysy, jolloin eräs juhlijoista putoaa. Kuinka suurella nopeudella juhlija osuu maahan, kun hän tippuu kolmannelta kerroksesta (9,0 metrin korkeudesta)? Miten suuri keskimääräinen voima vaikuttaa putoajaan ($m = 75 \text{ kg}$) hänen osuessaan maahan, kun nopeus hidastuu nolnaan 0,052 sekunnissa? Ilmanvastusta ei oteta huomioon.

$$h = 9,0 \text{ m}$$

$$m = 75 \text{ kg}$$

$$a_1 = g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$t_2 = 0,052 \text{ s}$$

Putoajaan vaikuttaa putoamisen aikana painovoima, jolloin kiihtyvyys on g .

Nopeus törmäyshetkellä saadaan yhtälöstä $v = gt_1$

Putoamiseen kuluva aika voidaan ratkaista yhtälöstä

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Tällöin nopeudeksi törmäyshetkellä saadaan

$$v = gt_1 = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2hg} = \sqrt{2 \cdot 9,0 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 13,28 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 13 \text{ m/s}$$

Putoajaan törmäyksessä vaikuttava voima on $F = ma_2$

Kiihtyvyys a_2 saadaan yhtälöstä

$$a_2 = \frac{v}{t_2}, \quad \text{jolloin voimaksi saadaan}$$

$$F = ma_2 = m \frac{v}{t_2} = 75 \text{ kg} \cdot \frac{13,28 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,052 \text{ s}} = 19165,8 \dots \text{ N} \approx 19 \text{ kN}$$

Tulos: Nopeus törmäyshetkellä on 13 m/s ja törmäyksessä vaikuttava voima on 19 kN.

3. Selitä omin sanoin Newtonin I (jatkavuuden laki), II (dynamiikan peruslaki) ja III (voiman ja vastavoiman laki) laki.

NI: Kappale, joka ei ole vuorovaikutuksessa muiden kappaleiden kanssa, pysyy levossa tai jatkaa liikettään suoraviivaisesti muuttumattomalla nopeudella.

NIII: Kappaleen saama kiihtyvyys on suoraan verrannollinen kappaleeseen vaikuttavaan voimaan ja kääntäen verrannollinen kappaleen massaan. Kiihtyvyyden suunta on sama kuin kokonaisvoiman suunta.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

NIIII: Kahden kappaleen vuorovaikutuksessa vaikuttaa kaksi voimaa, voima ja vastavoima. Ne ovat yhtä suuria ja vastakkaisuuntaisia ja vaikuttavat eri kappaleisiin eli vuorovaikutustapahtuman osapuoliin.

3. Nimeä perusvuorovaikutus, joka

- vaikuttaa kvarkkien välillä atomin ytimessä ja on yleensä vetävä
- vaikuttaa kaikkien sähköisten kappaleiden välillä ja voi olla sekä vetävä että hylkivä
- vaikuttaa kaikkien kappaleiden välillä ja on aina vetävä
- vaikuttaa kaikkien alkeishiukkasten välillä.

a. Vahva vuorovaikutus

b. Sähkömagneettinen vuorovaikutus

c. Gravitaatiovuorovaikutus

d. Heikko vuorovaikutus

Fysiikka • Kurssi 2 • Ratkaisut

I. Kalorimetrissä on 510 g jätää lämpötilassa $-7,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Kalorimetriin lisätään 1,5 litraa vettä, jonka lämpötila on $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Mikä on loppulämpötila, kun jään ominaislämpökapasiteetti on $2,09\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ja ominaisulamlämpö on $333\text{ kJ}/\text{kg}$, ja veden ominaislämpökapasiteetti on $4,19\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$?

$$m_j = 0,51\text{ kg} \quad m_v = 1,5\text{ kg} \quad T_s = 273,15\text{ K}$$

$$T_j = 266,15\text{ K} \quad T_v = 313,15\text{ K} \quad T = ?$$

Jää vastaanottaa lämmitessään lämpöä määrän

$$Q_1 = c_j m_j \Delta t_1 = c_j m_j (T_s - T_j) = 2,09 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 0,51\text{ kg} \cdot 7\text{ K} = 7,4613\text{ kJ}$$

Sulava jää vastaanottaa lämpöä määrän

$$Q_2 = sm_j = 333 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 0,51\text{ kg} = 169,83\text{ kJ}$$

Tarkastetaan, riittääkö vedessä oleva energia sulattamaan kaiken jään.

$$Q_v = c_v m_v \Delta t_v = c_v m_v (T_v - T_s) = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 1,5\text{ kg} \cdot 40\text{ K} = 251,4\text{ kJ} > Q_1 + Q_2$$

→ Kaikki jää sulaa. Muodostunut vesi lämpenee loppulämpötilaan ja vastaanottaa lämpöä määrän

$$Q_3 = c_v m_j \Delta t_2 = c_v m_j (T - T_s)$$

Alussa $40\text{-celsiusasteinen}$ vesi luovuttaa jäähtyessään loppulämpötilaan lämpöä määrän

$$Q_4 = c_v m_v \Delta t_3 = c_v m_v (T_v - T)$$

Luovutettu lämpömäärä on yhtä suuri kuin vastaanotettu eli

$$Q_4 = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$\rightarrow c_v m_v \Delta t_3 = c_j m_j \Delta t_1 + sm_j + c_v m_j \Delta t_2$$

$$m_v \Delta t_3 - m_j \Delta t_2 = \frac{m_j (c_j \Delta t_1 + s)}{c_v}$$

$$T = \frac{\frac{m_j (c_j \Delta t_1 + s)}{c_v} - m_v T_v - m_j T_s}{-m_v - m_j} = \frac{-1,5\text{ kg} \cdot 313,15\text{ K} - 0,51\text{ kg} \cdot 273,15\text{ K} + \frac{0,51\text{ kg} \cdot \left(2,09 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 7\text{ K} + 333\text{ kJ}/\text{kg} \right)}{4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}}}{-1,5\text{ kg} - 0,51\text{ kg}}$$

$$= 281,94\text{...K} \approx 8,8\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Vastaus: Loppulämpötila on $8,8\text{ }^{\circ}\text{C}$

2. 80-asteista vettä ja 15-asteista vettä sekoitettiin astiaan yhteensä 10 litraa. Astiasta otettiin tämän jälkeen pois 3 litraa vettä ja lisättiin tilalle 3 litraa 15-asteista vettä. Kuinka paljon astiaan laitettiin alun perin 15-asteista vettä kun loppulämpötilaksi tuli 30 astetta.

80-asteista vettä alussa x litraa

15-asteista vettä alussa y litraa

→ seoksen lämpötila t astetta

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ \frac{80x + 15y}{10} = t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 - y \\ \frac{800 - 65y}{10} = t \end{cases}$$

10 litraa vettä lämpötilassa t astetta, mistä otetaan pois 3 litraa vettä, jolloin jää 7 litraa vettä lämpötilaan t astetta. Tähän lisätään 3 litraa 15-asteista vettä.

$$\frac{10t - 3t + 3 \cdot 15}{10} = 30 \rightarrow t = \frac{345}{7}$$

Yhdistetään t :n yhtälöt, jolloin saadaan

$$\frac{345}{7} = \frac{800 - 65y}{10} \rightarrow y = \frac{800 - \frac{3450}{7}}{65} = 4,725 \dots \approx 5$$

Tulos: Astiaan laitettiin alun perin 5 litraa 15-asteista vettä.

3. Sukeltaja on 8 metrin syvyydessä vedessä (tiheys 1000 kg/m^3) ja hengittää sisään 4 litraa ilmaa, jonka lämpötila on 4°C . Tämän jälkeen sukeltaja nousee pintaan hengittämättä ulos. Mikä on sisään hengitetyn ilman tilavuus keuhkoissa sukeltajan ollessa pinnalla (paine on normaali ilmanpaine)?

$$h = 8 \text{ m}$$

$$t_1 = 4^\circ\text{C} \rightarrow T_1 = 277,15 \text{ K}$$

$$t_2 = 37^\circ\text{C} \rightarrow T_2 = 310,15 \text{ K}$$

$$p_1 = p_0 + \rho gh$$

$$p_2 = p_0 = 101325 \text{ Pa}$$

$$V_1 = 4 \text{ l}$$

$$V_2 = ?$$

Kaasujen tilanyhtälön avulla voidaan ratkaista V_2 .

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{(p_0 + \rho g h) T_2 V_1}{p_0 T_1} = \frac{\left(101325 \text{ Pa} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ m}\right) \cdot 310,15 \text{ K} \cdot 4 \text{ l}}{101325 \text{ Pa} \cdot 277,15 \text{ K}} = 7,94 \dots \approx 8 \text{ l}$$

Vastaus: Ilman tilavuus keuhkoissa on 8 l.

4. Henkilön syke on 80 lyöntiä/min ja hänen sydämen teho 1,8 W. Oletetaan, että oikea kammio tekee 1/6 ja vasen kammio 5/6 kokonaistyöstä ja vasen kammio pumppaa verta yhdellä kerralla 65 ml. Mikä on kyseisen henkilön verenpaine (systolinen), kun tiedetään, että kammioiden tekemä työ noudattaa kaavaa $W = p\Delta V$?

$$\text{syke} = 80 \text{ min}^{-1} \quad S = 80$$

$$P = 1,8 \text{ W} \quad t = 60 \text{ s}$$

$$W_{\text{vas}} = \frac{5}{6} W_1 \quad W_{\text{oik}} = \frac{1}{6} W_1 \quad W_1 = \text{yhden lyönnin tekemä työ}$$

$$\Delta V_{\text{vas}} = 65 \text{ ml} = 0,000065 \text{ m}^3$$

Työ saadaan tehon kaavasta

$$P = \frac{W}{t} \quad \rightarrow \text{Yhden lyönnin tekemä työ} \quad W_1 = \frac{Pt}{S} = \frac{1,8 \text{ W} \cdot 60 \text{ s}}{80} = 1,35 \text{ J}$$

Vasemman kammion tekemä työ yhdellä lyönnillä on

$$W_{\text{vas}} = \frac{5}{6} W_1 = p \Delta V_{\text{vas}} \quad \rightarrow \quad p = \frac{\frac{5}{6} W_1}{\Delta V_{\text{vas}}} = \frac{5 \cdot 1,35 \text{ J}}{6 \cdot 0,000065 \text{ m}^3} = 17307, \dots \text{ Pa} \approx 130 \text{ mmHg}$$

Vastaus: Henkilön verenpaine 130 mmHg.

5. Lasisen ja PVC-muovisen astian tilavuus on 25 °C:n lämpötilassa sama. Kummalla astialla tulee suurempi mittausvirhe lämpötilassa 0 °C? Kuinka monta prosenttia mittausvirhe on? Lasin pituuden lämpötilakerroin on $8 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ ja PVC-muovin $80 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$.

$$t_0 = 25^\circ\text{C} \quad t = 0^\circ\text{C} \quad \Delta t = 25^\circ\text{C}$$

$$\alpha_{\text{lasi}} = 8 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C} \quad \alpha_{\text{PVC}} = 80 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$$

Astian tilavuus pienenee saman verran kuin samasta materiaalista tehdyn umpinaisen kappaleen tilavuus.

$$V = V_0(1 + \gamma\Delta t) \approx V_0(1 + 3\alpha\Delta t) \quad \rightarrow \quad \Delta V = V - V_0 = V_0 3\alpha\Delta t$$

Mittausvirhe:
$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_0 3\alpha\Delta t}{V_0} = 3\alpha\Delta t$$

• lasi:
$$\frac{\Delta V_{\text{lasi}}}{V_0} = 3\alpha_{\text{lasi}}\Delta t = 3 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6}}{^{\circ}\text{C}} \cdot 25^{\circ}\text{C} = 6 \cdot 10^{-4} = 0,06 \%$$

• PVC:
$$\frac{\Delta V_{\text{PVC}}}{V_0} = 3\alpha_{\text{PVC}}\Delta t = 3 \cdot \frac{80 \cdot 10^{-6}}{^{\circ}\text{C}} \cdot 25^{\circ}\text{C} = 6 \cdot 10^{-3} = 0,6 \%$$

Tulos: PVC-muoviastian mittausvirhe on suurempi kuin lasisen. Mittausvirhe on 0,6 %.

Fysiikka • Kurssi 3 • Ratkaisut

- I. a. Benjihyppääjä (massa $m = 74 \text{ kg}$) hyppää joen yli kulkevalta sillalta 85 metrin korkeudesta. Benjiköysi on venyttämättömänä 35 metriä pitkä. Mikä pitää köyden jousivakion vähintään olla, jotta hyppääjä käy lähimmillään 15 metrin päässä veden pinnasta?
- b. Mikä on kiihtyvyyden hyppääjän lähtiessä nousemaan ylös?
- c. Kuinka painava hyppääjä voi hypätä samalla köydellä osumatta veteen? (Ilmanvastusta ja köyden massaa ei oteta laskuissa huomioon.)

a. $l = 35 \text{ m}$

$$h_1 = 85 \text{ m}$$

$$h_2 = 15 \text{ m} \quad \rightarrow \quad h = h_1 - h_2 = 85 \text{ m} - 15 \text{ m} = 70 \text{ m}$$

$$A = h_1 - h_2 - l = (85 - 15 - 35) \text{ m} = 35 \text{ m}$$

$$m = 74 \text{ kg}$$

Hyppääjän potentiaalienergia muuttuu köyden potentiaalienergiaksi.

$$E_p = \frac{1}{2} k A^2 = mgh \quad \rightarrow \quad k = \frac{2mgh}{A^2} = \frac{2 \cdot 74 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 70 \text{ m}}{(35 \text{ m})^2} = 82,96 \dots \frac{\text{N}}{\text{m}} \approx 83 \text{ N/m}$$

Tulos: Köyden jousivakion on oltava vähintään 83 N/m.

b. Newtonin toisen lain mukaan

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} = G + F_1 \quad \rightarrow \quad ma = G - F_1 = mg - kA$$

$$\rightarrow a = \frac{mg - kA}{m} = \frac{74 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 82,96 \dots \text{N/m} \cdot 35 \text{ m}}{74 \text{ kg}} = -29,42 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx -29 \text{ m/s}^2$$

Tulos: Kiihtyvyys on 29 m/s² ylöspäin.

c. Samalla tavoin kuin a-kohdassa, $A = 50 \text{ m}$

$$E_p = \frac{1}{2} k A^2 = mgh \quad \rightarrow \quad m = \frac{k A^2}{2gh} = \frac{82,96 \dots \text{N/m} \cdot (50 \text{ m})^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 85 \text{ m}} = 124,3 \dots \text{ kg} \approx 120 \text{ kg}$$

Tulos: Hyppääjä saa painaa enintään 120 kg.

2. Kolmen metrin etäisyydellä pistemäisestä aaltolähteestä intensiteetti on $8,6 \text{ W/m}^2$.

Millä etäisyydellä aaltolähteestä intensiteetti on puolet kolmen metrin etäisyydellä olevasta?

- a. 6,0 m b. 4,2 m c. 12 m d. 2,1 m

$$I_1 = 8,6 \cdot 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

$$I_2 = 4,3 \cdot 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

$$r_1 = 3,0 \text{ m}$$

$$r_2 = ?$$

Intensiteetti on verrannollinen etäisyyden neliöön. \rightarrow

$$I_1 r_1^2 = I_2 r_2^2 \rightarrow r_2 = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} r_1 = \sqrt{\frac{8,6 \cdot 10^{-10}}{4,3 \cdot 10^{-10}}} \cdot 3 \text{ m} = 4,24 \dots \text{ m} \approx 4,2 \text{ m}$$

Vastaus: Vastausvaihtoehto b eli 4,2 m.

3. Valonsäde tulee ilmasta ja kulkee 2,5 cm paksun lasilevyn läpi takaisin ilmaan. Mikä on lasin taitekerroin, kun valo kulkee lasissa matkan $l_2 = 2,8 \text{ cm}$ ja yhdensuuntaissiirtymän suuruus on $d = 1,0 \text{ cm}$?

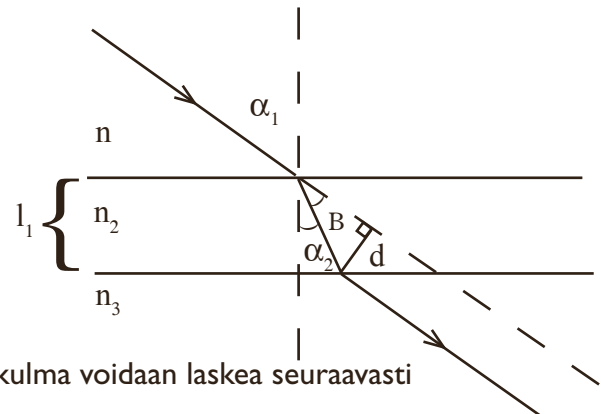
$$l_1 = 2,5 \text{ cm}$$

$$l_2 = 2,8 \text{ cm}$$

$$d = 1,0 \text{ cm}$$

$$n_1 = 1,0$$

$$n_2 = ?$$



Taittuneen säteen ja rajapinnan normaalin välinen kulma voidaan laskea seuraavasti

$$\cos \alpha_2 = \frac{l_1}{l_2} \rightarrow \alpha_2 = \cos^{-1} \frac{l_1}{l_2} = \cos^{-1} \frac{2,5 \text{ cm}}{2,8 \text{ cm}} = 26,76 \dots^\circ$$

Kun tiedetään taittumiskulma, voidaan tulokulma laskea yhtälöstä

$$\sin \beta = \sin(\alpha_1 - \alpha_2) = \frac{d}{l_2} \rightarrow \alpha_1 = \sin^{-1} \frac{d}{l_2} + \alpha_2 = \sin^{-1} \frac{1,0 \text{ cm}}{2,8 \text{ cm}} + 26,76 \dots^\circ = 47,68 \dots^\circ$$

Valon taittumislaita saadaan laskettua lasille taitekerroin

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow n_2 = \frac{n_1 \sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{1,0 \cdot \sin 47,68 \dots^\circ}{\sin 26,76 \dots^\circ} = 1,64 \dots \approx 1,6$$

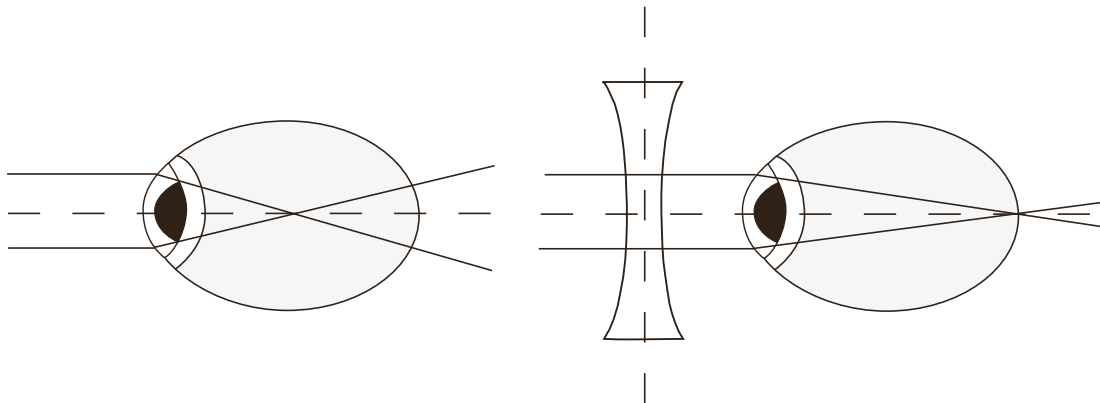
Vastaus: Lasin taitekerroin on 1,6 (lasi, pii 1,62)

4. Selitä termit ja kerro minkälaisella linssisysteemillä ne voidaan korjata.

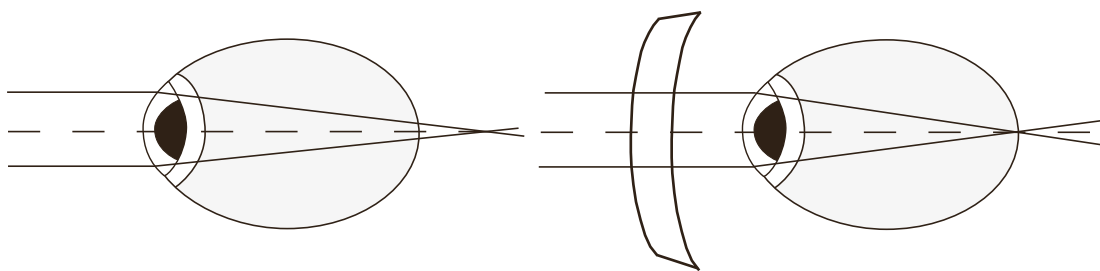
Piirrä a- ja b-kohdasta yksinkertaiset kuvat ennen korjausta ja korjauksen jälkeen

- a. likitaitteinen
- b. kaukotaitteinen
- c. ikänäköisyys
- d. hajataitteisuus

a. *Likitaitteisessa silmässä kuva muodostuu kauas katsottaessa verkkokalvon eteen, koska silmämuna on liian pitkä. Likitaitteisella silmällä näkee tarkasti vain lähelle katsottaessa. Miinuslaseilla eli koverilla silmälaseilla voidaan korjata likitaitteisuutta.*



b. *Kaukotaitteisessa silmässä kuva muodostuu lähelle katsottaessa verkkokalvon taakse, koska silmämuna on liian lyhyt. Kaukotaitteiset silmät väsyvät lähelle katsottaessa, koska silmälihakset jännittyvät. Pluslaseilla eli kuperilla silmälaseilla voidaan korjata kaukotaitteisuutta.*



c. *Ikänäköisyydessä silmän mukautumiskyky heikkenee iän myötä. Ikänäköisyyttä korjataan kuperilla linseillä tai kaksiteholinsseillä, jossa linssin ominaisuudet ovat ylä- ja alareunassa erilaiset, jolloin niillä näkee sekä lähelle että kauas.*

d. *Hajataitteisuudessa silmä on litistynyt, jolloin valonsäteet yhtyvät verkkokalvolle pisteen sijaan viivaksi. Hajataitteisuutta korjataan sylinterilinsseillä, joissa linssin toinen pinta muodostuu kahdesta eri pallopinnasta.*

5. Mikä on kuperan linssin polttoväli, kun esine on 25 cm:n päässä linssistä siitä muodostuu valeskuva, ja viivasuurennos on 4,0? Piirrä tilanteesta kuva.

$$a = 25 \text{ cm}$$

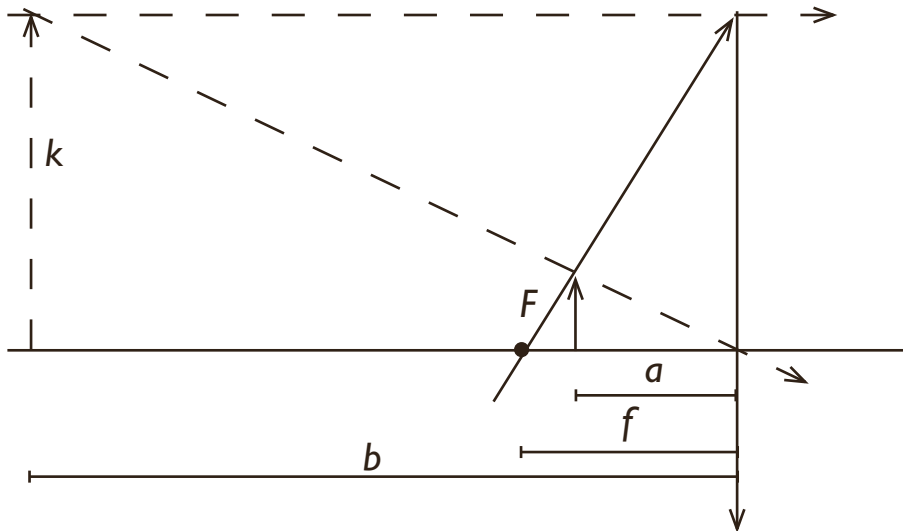
$$m = 4,0$$

Kuvan paikka saadaan laskettua kaavasta

$$m = \frac{|b|}{|a|} \rightarrow |b| = |a|m = 25 \cdot 4,0 = 100 \quad b = -100$$

Polttoväli saadaan laskettua kuvausyhtälöstä

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \rightarrow f = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{25 \text{ cm}} - \frac{1}{100 \text{ cm}} \right)^{-1} = 33,33 \dots \text{ cm} \approx 33 \text{ cm}$$



Fysiikka • Kurssi 4 • Ratkaisut

I. Autoilija ajaa hämärässä nopeudella 80,0 km/h. Yhtäkkiä hän huomaa tiellä hirven, joka on 85 m:n päässä. Autoilijalla kestää 1,0 sekuntia, ennen kuin hän aloittaa lukkojarrituksen. Auton massa kuljettajineen on 1200 kg. Osuuko autoilija hirveen, ja jos osuu niin millä nopeudella

a. kun tie on kuiva ja hidastava voima on 11000 N

b. kun tie on jäinen ja hidastava voima on 1800 N?

$$v_0 = 80,0 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 22,2 \text{ m/s}$$

$$t_r = 1,0 \text{ s}$$

$$m = 1200 \text{ kg}$$

$$s = 85 \text{ m}$$

Reaktioaikana kuljettu matka (sama molemmissa kohdissa)

$$x_0 = v_0 t_r = 22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,0 \text{ s} = 22,2 \text{ m}$$

a.

$$F = -11000 \text{ N}$$

Kiihtyvyys saadaan yhtälöstä

$$F = ma \quad \rightarrow \quad a = \frac{F}{m}$$

ja aika saadaan seuraavasta yhtälöstä oletuksella, että loppunopeus on nolla

$$v = v_0 + at = 0 \quad \rightarrow \quad t = \frac{-v_0}{a}$$

Auton kulkema matka havainnosta pysähtymiseen

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = x_0 + v_0 \frac{-v_0}{a} + \frac{1}{2} a \left(\frac{-v_0}{a} \right)^2 = \dots = x_0 - \frac{v_0^2 m}{2F} = 22,2 \text{ m} + \frac{\left(22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot 1200 \text{ kg}}{2 \cdot 11000 \text{ N}} \\ &= 49,08 \dots \text{ m} \approx 49 \text{ m} < 85 \text{ m} = s \end{aligned}$$

Tulos: Auto ehtii pysähtyä ennen hirveä.

b. $F = -1800 \text{ N}$

Auton kulkema matka havainnosta pysähtymiseen lasketaan samalla tavoin kuin a-kohdassa

$$x = x_0 - \frac{v_0^2 m}{2F} = 22,2 \text{ m} + \frac{\left(22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 1200 \text{ kg}}{2 \cdot 1800 \text{ N}} = 186,4 \dots \text{ m} \approx 190 \text{ m} > 85 \text{ m} = s$$

→ Auto ei ehdi pysähtyä ennen hirveä. Ennen törmäystä auto ehtii jarruttamaan ajan t , joka saadaan yhtälöstä

$$s = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \text{ josta ratkaistaan } t \text{ toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla}$$

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2a(s-x_0)}}{a} = \frac{-22,2 \text{ m/s} \pm \sqrt{\left(22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1800 \text{ N}}{1200 \text{ kg}} \cdot (85 \text{ m} - 22,2 \text{ m})}}{\frac{-1800 \text{ N}}{1200 \text{ kg}}} = 3,16 \text{ s}$$

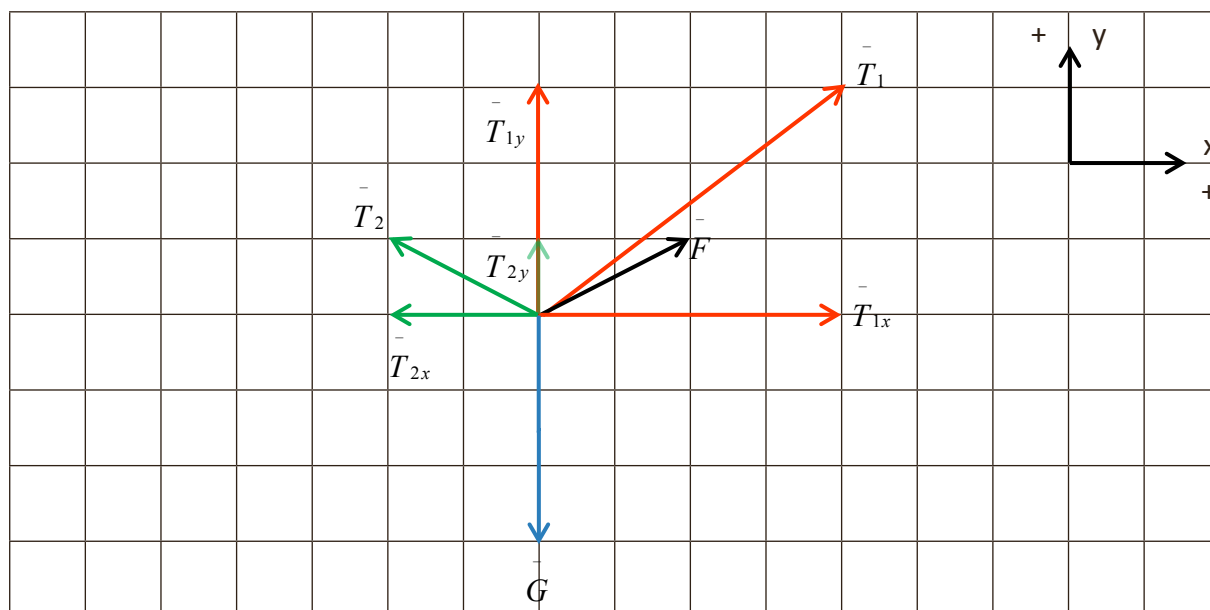
Loppunopeus on tällöin

$$v = v_0 + at = 22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{1800 \text{ N}}{1200 \text{ kg}} \cdot 3,16 \text{ s} = 17,46 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 63 \text{ km/h}$$

Tulos: Auto törmää hirveen nopeudella 63 km/h.

2. Jaa voimat komponentteihin ja laske voimien summa. Piirrä kokonaisvoiman vektori.

Yksi ruutu on yhtä kuin 1 N.



$$\sum \vec{F}_x = \vec{T}_{1x} + \vec{T}_{2x} \rightarrow F_x = T_{1x} - T_{2x} = 4\text{ N} - 2\text{ N} = 2\text{ N}$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{T}_{1y} + \vec{T}_{2y} + \vec{G} \rightarrow F_y = T_{1y} + T_{2y} - G = 3\text{ N} + 1\text{ N} - 3\text{ N} = 1\text{ N}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y \rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(2\text{ N})^2 + (1\text{ N})^2} = \sqrt{5}\text{ N}$$

3. Piirrä ja nimeä kappaleeseen vaikuttavat voimat:

- Pallo, joka roikkuu ilmassa paikallaan narun varassa.
- Hiihtäjä, joka laskee alas mäkeä ja vauhti kiihtyy.
- Laskuvarjohyppääjä ilmalennon aikana nopeuden pysyessä vakiona.
(Tarkastele hyppääjää ja varjoa yhtenä kappaleena.)

a. \vec{G} = painovoima ja \vec{T} = narun jännitysvoima

$$\sum \vec{F} = \vec{G} + \vec{T} = \vec{0}$$

b. \vec{G} = painovoima, \vec{N} = pinnantukivoima, \vec{F}_μ = kitkavoima ja \vec{F}_i = ilmanvastus

$$\sum \vec{F} = \vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_\mu + \vec{F}_i \neq \vec{0} \quad \text{jolloin } G_y = N \text{ ja } F_\mu + F_i < G_x$$

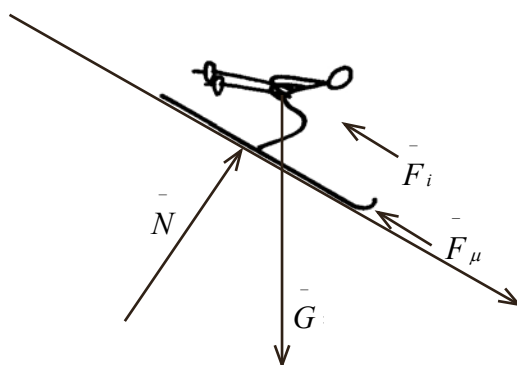
c. \vec{G} = painovoima ja \vec{F}_i = ilmanvastus

$$\sum \vec{F} = \vec{G} + \vec{F}_i = \vec{0}$$

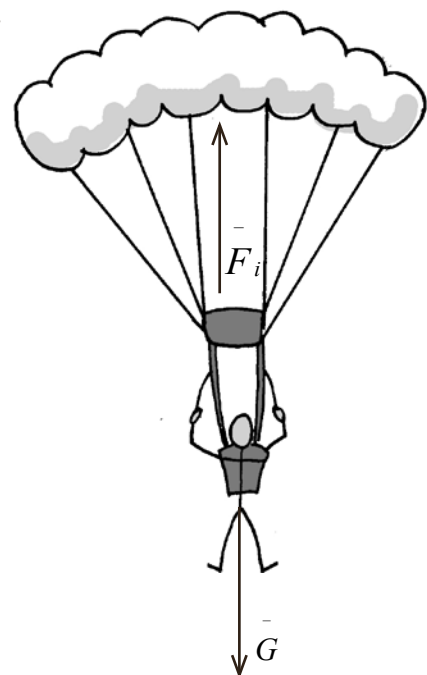
a.



b.



c.



Fysiikka • Kurssi 5 • Ratkaisut

1. Sentrifugi kiihtyy levosta nopeuteen 240 kierrosta/minuutti 8,0 sekunnissa.

Sentrifugin halkaisija on 32 cm. Laske

a. kulmanopeus lopussa

b. kulmakiihtyvyys

c. tangenttikiihtyvyys

d. ratanopeus lopussa

e. normaalikiihtyvyys

f. kiihdytyksen aikana kierrettyjen kierroksien lukumäärä

$$a. n = \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow \omega = 2\pi n = 2 \cdot \pi \cdot \frac{240}{60} \frac{1}{s} = 8,0\pi \frac{\text{rad}}{s} \approx 25 \frac{\text{rad}}{s}$$

$$b. \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{(8\pi - 0) \text{ rad/s}}{8,0 \text{ s}} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \approx 3,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$c. a_t = r\alpha = 0,16 \text{ m} \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 0,16\pi \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0,50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$d. v = r\omega = 0,16 \text{ m} \cdot 8,0\pi \frac{\text{rad}}{s} = 1,28\pi \frac{\text{m}}{s} \approx 4,0 \frac{\text{m}}{s}$$

$$e. a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(1,28\pi \frac{\text{m}}{s}\right)^2}{0,16 \text{ m}} = 101,06 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$f. \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2}{2\pi} = \frac{\alpha t^2}{4\pi} = \frac{\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot (8,0 \text{ s})^2}{4\pi} = 16$$

2. Tasapaksu kappale asetetaan kepin päälle pisteestä P. Kappale koostuu kolmesta eri materiaalista: raudasta ($\rho_{Fe} = 7,87 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$), kuparista ($\rho_{Cu} = 8,96 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) ja hopeasta ($\rho_{Ag} = 10,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$). Pysyykö kappale kepin päällä tasapainossa, kun kappaleesta päästetään irti? ($a = 4,0 \text{ cm}$, $b = 2,0 \text{ cm}$, ja pisteen P etäisyys ympyrän keskipisteestä $0,5 \text{ cm}$)

Selvitetään kappaleen painopiste. Asetetaan kappale koordinaatistoon siten, että ympyrän keskipiste on origossa, ja y-akseli kulkee kuparin ja raudan rajapintaa pitkin. Kappale on x-akselin suhteen symmetrinen eli painopiste on x-akselilla.

Hopeaosien yhteenlaskettu painopiste on ympyrän keskipiste eli origo ($0,0 \text{ cm}, 0,0 \text{ cm}$).

Kupariosan painopiste: (1,0 cm, 0,0 cm)

Rautaosan painopiste: (-1,0 cm, 0,0 cm)

Koko kappaleen painopiste:

$$x_0 = \frac{\rho_{Fe} x_{Fe} + \rho_{Cu} x_{Cu}}{\rho_{Fe} + \rho_{Cu}} = \frac{7,87 \cdot \frac{10^3 \text{ kg}}{\text{m}^3} \cdot (-1,0 \text{ cm}) + 8,96 \cdot \frac{10^3 \text{ kg}}{\text{m}^3} \cdot 1,0 \text{ cm}}{7,87 \cdot \frac{10^3 \text{ kg}}{\text{m}^3} + 8,96 \cdot \frac{10^3 \text{ kg}}{\text{m}^3}} = 0,0647 \dots \text{ cm}$$

$$\approx 0,065 \text{ cm}$$

Kappaleen painopiste on (0,065 cm, 0,0 cm)

Tulos: Kappale ei pysy kepin päällä tasapainossa.

3. Mies tulee lääkäriin ja valittaa selkäänsä. Hän on yrittänyt siirtää 55 kg painavaa kiveä nostamalla.

a. Kuinka suuri voima nostamiseen on tarvittu?

b. Kaksivartisella vipuvarrella voimaa olisi saanut pienennettyä. Kuinka pitkä olisi vipuvarren r_2 pitänyt olla, jotta voima olisi ollut puolet alkuperäisestä, kun alkuperäinen voima $F = F_1$ ja vipuvarsi $r_1 = 0,5 \text{ m}$?

c. Minkälaisella taljasyteemillä voima olisi ollut 1/4 alkuperäisestä?

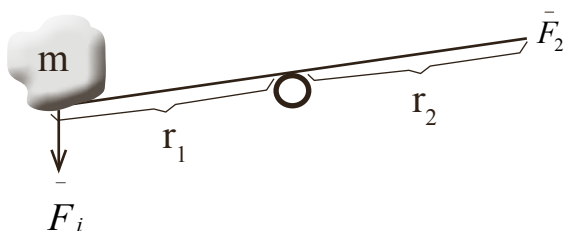
a. Nostamiseen tarvittu voima on

$$F_1 = mg = 55 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 539,55 \text{ N} \approx 540 \text{ N}$$

Tulos: Tarvittava voima on 540 N.

b. Kaksivartisella vivulla tarvittava voima on puolet alkuperäisestä eli

$$F_2 = \frac{F_1}{2} = \frac{539,55 \text{ N}}{2} = 269,775 \text{ N}$$



Kaksivartiselle vivulle on voimassa yhtälö

$$F_1 r_1 = F_2 r_2 \quad \rightarrow \quad r_2 = \frac{F_1 r_1}{F_2} = \frac{2F_2 r_1}{F_2} = 2r_1 = 2 \cdot 0,5 \text{ m} = 1,0 \text{ m}$$

Tulos: Vipuvarren r_2 pituus on 1,0 m.

c. Taljasysteemillä nostettaessa tarvittava voima on 1/4 alkuperäisestä eli

$$F_3 = \frac{F_1}{4} = \frac{539,55 \text{ N}}{4} = 134,8875 \text{ N}$$

Taljasysteemille on voimassa yhtälö

$$F = \frac{G}{\text{väkipyöriä lkm}} \quad \rightarrow \quad \text{väkipyöriä lkm} = \frac{F_1}{F_3} = \frac{4F_3}{F_3} = 4$$

Tulos: Taljasysteemillä, jossa on neljä väkipyörää.

4. Ajatellaan yksinkertaistetusti, että sentrifugi koostuu pyöreästä kiekosta, jonka halkaisija on 32 cm ja massa 2,2 kg. Sentrifugissa on neljä 20 g näytettä, joiden painopisteen etäisyys keskipisteestä on alussa 11 cm. Lopussa kahden näytteen painopiste on 12 cm:n ja kahden näytteen 13 cm:n päässä keskipisteestä. Kuinka suuri pitäisi kulmanopeuden lopussa olla verrattuna alkutilanteeseen, jotta pyörimismäärä alussa ja lopussa olisi sama?

$$d = 32 \text{ cm} \quad r = 16 \text{ cm}$$

$$m_s = 2,2 \text{ kg}$$

$$m_n = 0,02 \text{ kg}$$

$$r_1 = 0,11 \text{ m} \quad r_2 = 0,12 \text{ m} \quad r_3 = 0,13 \text{ m}$$

Sentrifugin kiekko voidaan ajatella umpinaisena sylinterinä, jolle hitausmomentti on

$$J_s = \frac{1}{2} m_s r^2$$

Näytteet voidaan ajatella pistemäisenä kappaleena, jolle hitausmomentti on

$$J_n = m_n r_{1,2,3}^2$$

Kokonaishitausmomentti alussa on

$$\begin{aligned} J_a &= J_s + 4J_{n,1} = \frac{1}{2} m_s r^2 + 4m_n r_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,2 \text{ kg} \cdot (0,16 \text{ m})^2 + 4 \cdot 0,02 \text{ kg} \cdot (0,11 \text{ m})^2 \\ &= 0,029128 \text{ kgm}^2 \end{aligned}$$

Kokonaishitausmomentti lopussa on

$$J_l = J_s + 2J_{n,2} + 2J_{n,3} = \frac{1}{2}m_s r^2 + 2m_n r_2^2 + 2m_n r_3^2$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 2,2 \text{ kg} \cdot (0,16 \text{ m})^2 + 2 \cdot 0,02 \text{ kg} \cdot ((0,12 \text{ m})^2 + (0,13 \text{ m})^2) = 0,029412 \text{ kgm}^2$$

Pyörimismäärän säilymlaki

$$J_a \omega_a = J_l \omega_l \quad \rightarrow \quad \omega_l = \frac{J_a}{J_l} \omega_a = \frac{0,029128 \text{ kgm}^2}{0,029412 \text{ kgm}^2} \omega_a = 0,9903 \dots \omega_a \approx 0,99 \omega_a$$

Tulos: Kulmanopeuden lopussa tulisi olla 0,99 kertaa kulmanopeus alussa.

5. Sentrifugin kiekko, jonka halkaisija on 32 cm ja massa 2,2 kg, pyörii alussa 1200 kierrosta minuutissa. Kuinka monta kierrosta kiekko (ilman näytteitä) pyörii sammuttamisen jälkeen, ennen kuin se pysähtyy? Kiekkoon kohdistuu 1,0 Nm:n suuruinen pyörimistä hidastava momentti.

Kiekkolla on alussa pyörimisenergia $E_{k,a} = \frac{1}{2} J \omega^2$ ja lopussa pyörimisenergia $E_{k,l} = 0$

Jotta kiekko pysähtyisi, pitää momentin tehdä työ

$$W = E_{k,a} \quad \text{eli} \quad M \Delta \varphi = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad \rightarrow \quad \text{kierroslukumäärä}$$

$$\frac{\Delta \varphi}{2\pi} = \frac{J \omega^2}{4\pi M} = \frac{\frac{1}{2} m_s r^2 (2\pi n)^2}{4\pi M} = \frac{m_s r^2 \pi n^2}{2M} = \frac{2,2 \text{ kg} \cdot \left(\frac{0,32}{2} \text{ m}\right)^2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1200}{60} \frac{1}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1,0 \text{ Nm}} = 35,38 \dots \approx 35$$

Vastaus: Kiekko pyörii 35 kierrosta ennen pysähtymistä.

6. Auringon massa on $1,989 \cdot 10^{30}$ kg ja Maan massa on $5,974 \cdot 10^{24}$ kg. Maan etäisyys Auringosta on $149,59787 \cdot 10^9$ m. Millä etäisyydellä Maasta 60,5 kg painavaan mieheen vaikuttavat Auringosta ja Maasta aiheutuvat gravitaatiovoimat ovat yhtä suuret Maan ja Auringon välissä?

$$m_A = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg} \qquad r_A = \text{miehen etäisyys Auringosta}$$

$$m_M = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg} \qquad r_M = \text{miehen etäisyys Maasta}$$

$$m_m = 60,5 \text{ kg}$$

$$r = 149,59787 \cdot 10^9 \text{ m}$$

Gravitaatiovoimat ovat yhtä suuret

$$F_A = F_M \quad \text{eli} \quad \gamma \frac{m_A m_m}{r_A^2} = \gamma \frac{m_M m_m}{r_M^2}$$

$$\rightarrow \frac{m_A}{r_A^2} = \frac{m_M}{r_M^2}$$

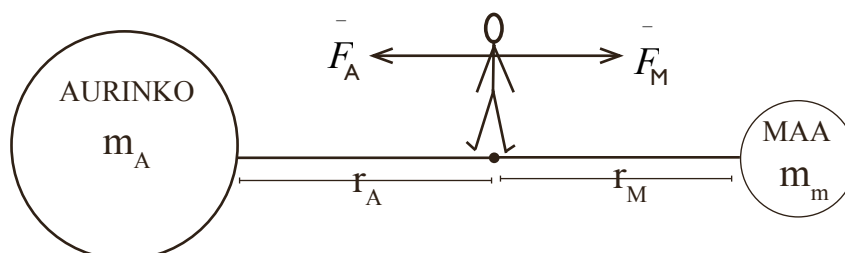
$$\frac{m_A}{(r - r_M)^2} = \frac{m_M}{r_M^2}$$

$$r_M^2 = \frac{m_M}{m_A} (r - r_M)^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$r_M = \sqrt{\frac{m_M}{m_A}} r - \sqrt{\frac{m_M}{m_A}} r_M$$

$$r_M = \frac{\sqrt{\frac{m_M}{m_A}} r}{1 + \sqrt{\frac{m_M}{m_A}}} = \frac{\sqrt{\frac{5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}}} \cdot 149,59787 \cdot 10^9 \text{ m}}{1 + \sqrt{\frac{5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}}}} = 258814508 \text{ m} \approx 2,588 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Vastaus: Gravitaatiovoimat ovat yhtä suuret Maan ja Auringon välissä $2,588 \cdot 10^8$ m:n etäisyydellä Maasta.



Fysiikka • Kurssi 6 • Ratkaisut

I. Selitä lyhyesti ja piirrä esimerkkikytkentäkaavio

- suljettu virtapiiri
- avoin virtapiiri
- virran mittaaminen
- jännitteen mittaaminen

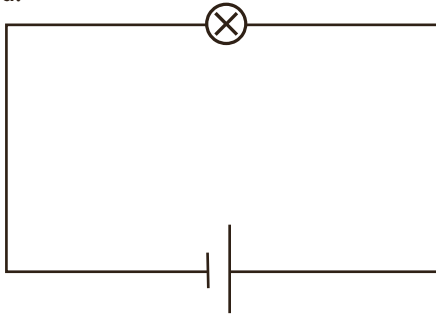
a. Suljetussa virtapiirissä oleva jännitelähde ylläpitää virtaa.

b. Avoimessa virtapiirissä ei kulje sähkövirtaa.

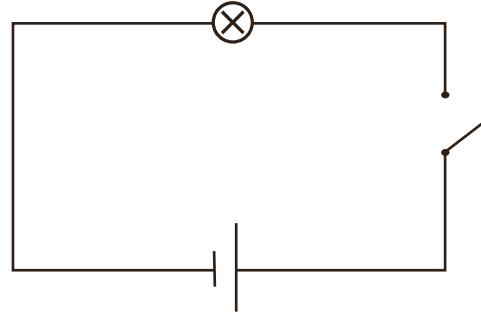
c. Sähkövirta mitataan ampeerimittarilla, joka kytketään sarjaan siten, että mitattava virta kulkee mittarin plusnavasta miinusnapaan.

d. Jännitettä mitataan volttimittarilla, joka kytketään rinnan siten, että mittarin plusnapa kytketään plusnapaan ja miinusnapa miinusnapaan.

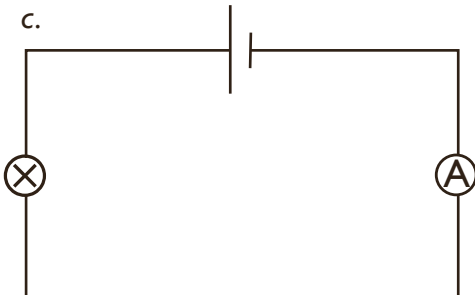
a.



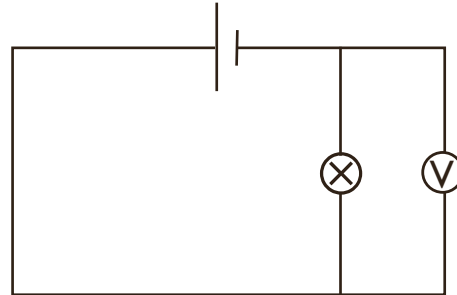
b.



c.



d.



2. Virtapiiri koostuu jännitelähteestä ja kahdesta vastuksesta. Jännitelähteen lähdejännite on 4,5 V ja sisäinen resistanssi 1,5 Ω . Vastus R_1 on poikkileikkaukseltaan ympyrä germaniumlanka ($\rho_{Ge} = 46 \cdot 10^{-2} \Omega m$), jonka pituus on 1,0 cm ja säde 2,0 mm. Vastuksen R_2 resistanssi on 0,20 k Ω .

- Kuinka suurella yhdellä vastuksella vastukset R_1 ja R_2 voitaisiin korvata?
- Mikä on jännitelähteen napajännite?
- Kuinka suuret virrat kulkee vastuksien R_1 ja R_2 kautta?

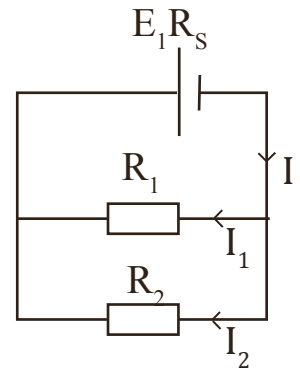
a. $l = 0,01\text{m}$ $r = 0,0020\text{m}$

$$A = \pi r^2$$

$$R_2 = 200 \Omega$$

Vastuksen R_1 resistanssi on

$$R_1 = \rho_{Ge} \frac{l}{A} = \rho_{Ge} \frac{l}{\pi r^2} = 46 \cdot 10^{-2} \Omega\text{m} \cdot \frac{0,01\text{m}}{\pi \cdot (0,0020\text{m})^2} = 366,05 \dots \Omega$$



Vastukset ovat rinnan, jolloin pätee

$$R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{366,05 \dots \Omega} + \frac{1}{200 \Omega} \right)^{-1} = 129,3 \dots \Omega \approx 130 \Omega$$

Tulos: Vastukset voitaisiin korvata yhdellä vastuksella, jonka resistanssi on 130 Ω.

b. $E = 4,5 \text{V}$ $R_s = 1,5 \Omega$

Napajännite saadaan yhtälöstä

$$U = E - R_s I \quad | \quad I = \frac{U}{R}$$

$$U = E - \frac{R_s}{R} U \quad \rightarrow \quad U = \frac{E}{1 + \frac{R_s}{R}} = \frac{4,5 \text{V}}{1 + \frac{1,5 \Omega}{129,3 \dots \Omega}} = 4,44 \dots \text{V} \approx 4,4 \text{V}$$

Tulos: Napajännite on 4,4 V

c. Kirchhoffin I. lain mukaan

$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R} \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{4,44 \dots \text{V}}{366,05 \dots \Omega} = 0,0121 \dots \text{A} \approx 12 \text{mA}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{4,44 \dots \text{V}}{200 \Omega} = 0,0222 \dots \text{A} \approx 22 \text{mA}$$

Tulos: Vastuksen R_1 läpi kulkee virta 12 mA ja vastuksen R_2 läpi kulkee virta 22 mA.

3. Elektroni liikkuu xy -tasossa ja saapuu origon kautta x -akselin suuntaiseen sähkökenttään nopeudella $v_0 = 2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ x -akseliin nähden kulmassa $\alpha_0 = 45^\circ$. Sähkökentän voimakkuus on $E = 2000 \text{N/C}$. Sähkökenttä on y -akselin suunnassa ääretön ja x -akselin suunnassa sähkökenttä vaikuttaa matkalla $l = 22\text{cm}$.

a. Mikä on elektronin nopeus elektronin poistuessa sähkökentästä?

b. Mikä on elektronin sijainti y-akselin suunnassa elektronin poistuessa sähkökentästä?

$$v_0 = 2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0 \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0 = v_y$$

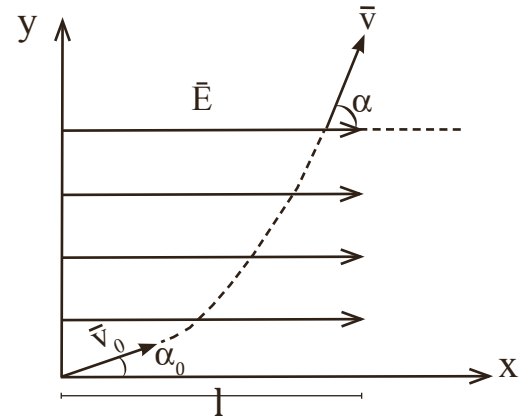
$$\alpha_0 = 45^\circ$$

$$E = 4000 \text{ N/C}$$

$$l = 22 \text{ cm}$$

$$m_e = 9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$Q = -e = -1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$



a. Varattuun hiukkaseen vaikuttaa sähkökentässä voima seuraavan yhtälön mukaisesti

$$\sum \vec{F} = \vec{E}Q = m_e \vec{a}$$

Tästä saadaan kiihtyvyys (kiihtyvyys x-suunnassa, y-suunnassa kiihtyvyys on nolla)

$$a = \frac{EQ}{m_e} = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$$

Koska paikka ja kiihtyvyys tiedetään, aika voidaan ratkaista yhtälöstä

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \rightarrow \quad t = \frac{-v_{0x} \pm \sqrt{v_{0x}^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \frac{EQ}{m_e} \cdot (-x)}}{2 \cdot \frac{1}{2} \frac{EQ}{m_e}}$$

Aika sijoitetaan kiihtyvyyden yhtälöön ja saadaan

$$v_x = \frac{EQ}{m_e}t + v_{0x} = \frac{EQ}{m_e} \cdot \frac{-v_{0x} \pm \sqrt{v_{0x}^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \frac{EQ}{m_e} \cdot (-x)}}{2 \cdot \frac{1}{2} \frac{EQ}{m_e}} + v_{0x} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha_0)^2 - 2 \frac{EQ}{m_e} \cdot (-x)}$$

$$= \sqrt{\left(2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 45^\circ\right)^2 - 2 \cdot \frac{4000 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot (-1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C})}{9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \cdot (-0,22 \text{ m})}$$

$$= 1,716 \dots \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nopeus saadaan pythagoraan lauseen avulla

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_x^2 + (v_0 \sin \alpha_0)^2} = \sqrt{\left(1,716 \dots \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 45^\circ\right)^2}$$

$$v = 1,77... \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,8 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nopeusvektorin ja x-akselin välinen kulma saadaan esim. tangentin avulla

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} \quad \rightarrow \quad \alpha = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x} = \tan^{-1} \frac{\left(2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 45 \right)}{\left(1,716... \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)} = 84,45...^\circ \approx 84^\circ$$

Tulos: Nopeus on $1,8 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ja nopeusvektorin ja x-akselin välinen kulma on 84° .

b.

$$y = v_y t = v_0 \sin \alpha_0 \frac{-v_0 \cos \alpha_0 (\pm) \sqrt{(v_0 \cos \alpha_0)^2 - 2 \frac{EQ}{m_e} \cdot (-x)}}{2 \cdot \frac{1}{2} \frac{EQ}{m_e}}$$

$$= 2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 45$$

$$\frac{-2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 45 (\pm) \sqrt{\left(2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 45 \right)^2 - 2 \cdot \frac{4000 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot (-1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{C})}{9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{kg}} \cdot (-0,22 \text{ m})}}{\frac{4000 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot (-1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{C})}{9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{kg}}}$$

$$= 0,401... \text{ m} \approx 0,40 \text{ m}.$$

Tulos: Elektronin sijainti on $0,40 \text{ m}$ positiivisen y-akselin suuntaan.

4. Levykondensaattori koostuu kahdesta neliömäisestä levystä, joiden sivun pituus on 11 cm. Levyjen välimatka on 1,3 mm, ja välissä on ilmaa (suhteellinen permittiivisyys 1,0006). Kondensaattoria varataan 0,3 sekunnin ajan 0,05 mA:n virralla.

a. Mikä on kondensaattorin energia?

b. Levyjen väli täytetään PVC-muovilla (suhteellinen permittiivisyys 4,6).

Mikä on tällöin levyjen välinen jännite?

a.

$$a = 11 \text{ cm} = 0,11 \text{ m} \quad A = a^2 = 0,11 \text{ m} \cdot 0,11 \text{ m} = 0,0121 \text{ m}^2$$

$$d = 1,3 \text{ mm} = 0,0013 \text{ m}$$

$$t = 0,3 \text{ s}$$

$$I = 0,05 \text{ mA} = 0,00005 \text{ A}$$

$$\varepsilon_i = 1,0006$$

$$\varepsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

Levykondensaattorin kapasitanssi saadaan kaavasta

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_i \frac{A}{d} = \frac{Q}{U}$$

Varaus saadaan kaavasta

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad Q = It$$

Jolloin levyjen välinen jännite on

$$U = \frac{It d}{\varepsilon_0 \varepsilon_i A}$$

Kondensaattorin energia on

$$E = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} It \frac{It d}{\varepsilon_0 \varepsilon_i A} = \frac{1}{2} \frac{I^2 t^2 d}{\varepsilon_0 \varepsilon_i A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(0,00005 \text{ A})^2 \cdot (0,3 \text{ s})^2 \cdot 0,0013 \text{ m}}{8,85419 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 1,0006 \cdot 0,0121 \text{ m}^2} = 1,364272 \text{ J} \approx 1 \text{ J}$$

Tulos: Kondensaattorin energia on 1 J.

b.

$$\varepsilon_{PVC} = 4,6$$

Jännite on

$$U = \frac{It d}{\varepsilon_0 \varepsilon_{PVC} A} = \frac{0,00005 \text{ A} \cdot 0,3 \text{ s} \cdot 0,0013 \text{ m}}{8,85419 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 4,6 \cdot 0,0121 \text{ m}^2} = 39567,8 \dots \text{ V} \approx 40 \text{ kV}$$

Tulos: Kondensaattorin jännite on 40 kV.

Fysiikka • Kurssi 7 • Ratkaisut

I. Selitä lyhyesti

- millaisia ovat magneettikentän kenttäviivat
 - ferromagneettinen aine
 - paramagneettinen aine
 - diamagneettinen aine.
- Magneettikenttää kuvataan kenttäviivoin, jotka osoittavat magneettisen voiman suunnan, ja tiheys kertoo magneettisen voiman suuruuden eri pisteissä. Kenttäviivat ovat suljettuja käyriä, joiden suunta on magneetin ulkopuolella pohjoiskohtiosta (N) eteläkohtioon (S).
 - Ferromagneettiset aineet magnetoituvat voimakkaasti ja voivat olla pysyvästi magneettisia. Ferromagneettisella aineella suhteellinen permeabiliteetti on paljon suurempi kuin yksi.
 - Paramagneettiset aineet ovat atomitasolla pysyvästi magneettisia. Ne vahvistavat hieman ulkoista magneettikenttää ja niiden suhteellinen permeabiliteetti on vähän suurempi kuin yksi.
 - Diamagneettinen aine (esim. grafiitti) magnetoituu ulkoisen magneettikentän vaikutuksesta ja vastustaa ulkoista magneettikenttää. Diamagneettisen aineen suhteellinen permeabiliteetti on pienempi kuin yksi.

- Protonia kiihdytetään 50,0 kV:n jännitteellä 15 cm matkalla. Tämän jälkeen protoni tulee kohtisuorasti homogeeniseen magneettikenttään. Laske magneettivuon tiheys, kun protoni joutuu ympyräradalle, jonka säde on 20 cm.

$$s = 15 \text{ cm}$$

$$U = 50,0 \text{ kV}$$

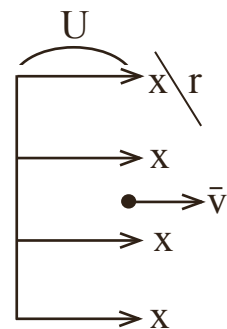
$$r = 20,0 \text{ cm}$$

$$m_p = 1,6726231 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$Q = e = 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Protonin nopeus sen tullessa magneettikenttään saadaan yhtälöstä

$$QU = \frac{1}{2} m_p v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2QU}{m_p}}$$



Protoniin vaikuttava voima magneettikentässä on (nopeus kohtisuorassa magneettikenttää vastaan)

$$F = QvB = m_p a$$

Magneettikentässä protoni joutuu ympyräradalle, jolloin kiihtyvyys on normaalikiihtyvyyttä eli

$$QvB = m \frac{v^2}{r}$$

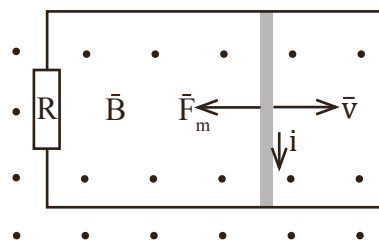
Sijoittamalla kaavaan nopeus saadaan magneettivuon tiheydeksi

$$B = \sqrt{\frac{2m_p U}{Qr^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6726231 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 50000 \text{ V}}{1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (0,200 \text{ m})^2}} = 0,161 \dots \text{ T} \approx 0,16 \text{ T}$$

Vastaus: Magneettivuon tiheys on 0,16 T.

3. Kaksi suoraa yhdensuuntaista johdinta ovat magneettikentässä. Johtimet on yhdistetty toisiinsa vastuksella, jonka resistanssi on 65Ω . Johtimia pitkin vedetään suoraa metallitankoa, jonka pituus on $10,5 \text{ cm}$. Johtimet ja tanko ovat kohtisuorassa $0,15 \text{ T}$:n magneettikenttää vastaan. Kuinka suuri sähkövirta piirissä kulkee ja mihin suuntaan, kun tankoa vedetään vasemmalta oikealle nopeudella $1,3 \text{ m/s}$?

- $R = 65 \Omega$
- $l = 10,5 \text{ cm}$
- $B = 0,15 \text{ T}$
- $v = 1,3 \text{ m/s}$



Tanko on suora virtajohdin kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, jolloin siihen indusoituu jännite

$$e = lvB$$

Induktiovirta saadaan yhtälöstä

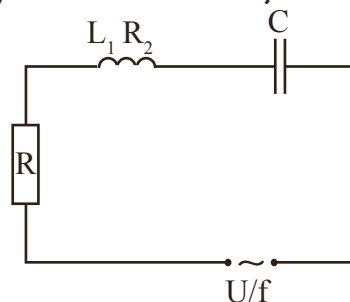
$$R = \frac{e}{i} \quad \rightarrow \quad i = \frac{e}{R} = \frac{lvB}{R} = \frac{0,105 \text{ m} \cdot 1,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,15 \text{ T}}{65 \Omega} = 3,15 \cdot 10^{-4} \text{ A} \approx 0,32 \text{ mA}$$

Oikean käden säännön perusteella sähkövirta kulkee tangossa ylhäältä alaspäin.

Vastaus: Sähkövirran suuruus on 0,32 mA ja sähkövirta kulkee tangossa ylhäältä alaspäin.

4. RCL-piiri koostuu sarjaan kytketyistä 15Ω :n vastuksesta, $0,40 \text{ H}$:n käämistä (käämin sisäinen resistanssi $1,7 \Omega$) ja $3,2 \mu\text{F}$:n kondensaattorista. Laske piirissä kulkeva tehollinen sähkövirta ja tehonkulutus, kun siihen on kytketty $230 \text{ V}/50 \text{ Hz}$ vaihtojännite. Piirrä kytkentäkaavio.

- $R = 15 \Omega$
- $C = 3,2 \mu\text{F}$
- $L = 0,40 \text{ H}$
- $R_L = 1,7 \Omega$
- $U = 230 \text{ V}$



$$f = 50 \text{ Hz}$$

Sähkövirta vaihtovirtapiirissä saadaan kaavasta

$$I = \frac{U}{Z}$$

Piirin impedanssi saadaan kaavasta

$$Z = \sqrt{(R + R_L)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad | \quad \omega = 2\pi f$$

Sijoitetaan impedanssi sähkövirran lausekkeeseen

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R + R_L)^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}}$$
$$= \frac{230 \text{ V}}{\sqrt{(15 \Omega + 1,7 \Omega)^2 + \left(2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,40 \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 3,2 \mu\text{F}}\right)^2}} = 0,264 \dots \text{ A}$$

$$\approx 0,26 \text{ A}$$

Piirin tehonkulutus on

$$P = UI \cos \varphi$$

Tehon laskemiseen tarvittava vaihe-ero saadaan yhtälöstä

$$\tan \varphi = \frac{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}}{R + R_L} \quad \rightarrow$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}}{R + R_L} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,40 \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 3,2 \mu\text{F}}}{15 \Omega + 1,7 \Omega} \right) = -88,89 \dots^\circ$$

Kun vaihe-ero sijoitetaan tehon lausekkeeseen, saadaan

$$P = UI \cos \varphi = 230 \text{ V} \cdot 0,264 \dots \text{ A} \cdot \cos -88,89 \dots^\circ = 1,16 \dots \text{ W} \approx 1,2 \text{ W}$$

Vastaus: Tehollinen sähkövirta on 0,26 A ja tehonkulutus 1,2 W.

Fysiikka • Kurssi 8 • Ratkaisut

1. Aineen pintaa valaistaan violetilla valolla, jonka aallonpituus on 400,0 nm. Laske elektronin irrotustyö, kun elektronin saama suurin nopeus on 5104 m/s. Mikä alkuaine on kyseessä?

$$\lambda = 400,0 \text{ nm}$$

$$v_{\max} = 5104 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Valokvantin energia kuluu elektronin irrottamiseen, ja loppu muuntuu elektronin liike-energiaksi eli

$$E = W_0 + E_k \quad \rightarrow \quad W_0 = E - E_k = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2$$

$$= \frac{6,6260755 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{400,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - \frac{1}{2} \cdot 9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(5104 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$= 0,4966 \cdot 10^{-18} \text{ J} \approx 3,1 \text{ eV}$$

Vastaus: Irrotustyö on 0,4966 aJ ja alkuaine on kalsium.

2. Elektroni on aluksi kvanttilukua 33 vastaavalla tilalla. Mille tilalle elektroni siirtyy, kun atomin säteilemän fotonin taajuus on $4,02 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$? Tarkastele siirtymää Bohrin vetyatomimallin mukaisesti.

$$n = 33$$

$$f = 4,02 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$$

Bohrin vetyatomimalli

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

josta voidaan ratkaista siirtymätilan kvanttiluku

$$|m| = \sqrt{\frac{\lambda R_H n^2}{n^2 + \lambda R_H}} \quad | \lambda = \frac{c}{f}$$

$$m = \sqrt{\frac{\frac{c}{f} R_H n^2}{n^2 + \frac{c}{f} R_H}} = \sqrt{\frac{\frac{2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,02 \cdot 10^{11} \text{ Hz}} \cdot 1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot 33^2}{33^2 + \frac{2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,02 \cdot 10^{11} \text{ Hz}} \cdot 1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}}} = 31,001 \dots \approx 31$$

Vastaus: Elektroni siirtyy kvanttilukua 31 vastaavalle tilalle.

3. Aineen kiderakennetta tutkittiin röntgendiffraktiolla. Käytetyn röntgensäteilyn aallonpituus oli 0,25 nm. Mikä oli kidetasojen välimatka, kun toisen kertaluvun maksimi havaittiin kulmassa $\theta = 32^\circ$?

$$\theta = 32^\circ$$

$$\lambda = 0,25 \text{ nm}$$

$$n = 2$$

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

Röntgensäteily heijastuu kiteen tasoista Braggin lain mukaisesti

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

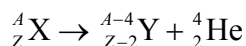
Tästä ratkaistaan kidetasojen välimatka

$$d = \frac{n\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{2 \cdot 0,25 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{2 \cdot \sin 32^\circ} = 4,717 \dots \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 0,47 \text{ nm}$$

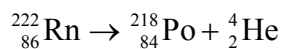
Tulos: Kidetasojen välimatka on 0,47 nm.

4. Radon on radioaktiivinen aine, jota voi joutua huoneilmaan maaperästä esimerkiksi taloissa, joissa on porakaivo. Kirjoita reaktioyhtälö radon-222 isotoopin alfahajoamiselle. Laske myös radon ytimen massavaje ja sidososuus. Radon-222 atomin massa on 222,017570 u.

Yleinen reaktioyhtälö alfahajoamiselle on



Radon-222 isotoopille vastaava on



Ytimen massavaje

$$\Delta m = Z \cdot m_p + N \cdot m_n + Z \cdot m_e - m_{\text{atomi}}$$

Radonille

$$\begin{aligned} \Delta m_{\text{Rn-222}} &= 86 \cdot m_p + (222 - 86) \cdot m_n + 86 \cdot m_e - m_{\text{Rn-222}} \\ &= 86 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 136 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 86 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 222,017570 \text{ u} \\ &= 1,833826871 \dots \text{ u} \approx 1,83382687 \text{ u} \end{aligned}$$

Ytimen sidososuus saadaan yhtälöstä

$$b = \frac{E_B}{A} \quad | \quad E_B = \Delta m_{\text{Rn-222}} c^2$$

$$b = \frac{\Delta m_{\text{Rn-222}} c^2}{A} = \frac{1,8335927 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2}{222} = 7,694591507 \dots \text{MeV}$$

$$\approx 7,69459151 \text{ MeV}$$

Vastaus: Radon-222 ytimen massavaje on 1,83382687 u ja sidososuus 7,69459151 MeV.

5. Selitä annihilaatio esimerkin avulla.

Hiukkasen ja antihiukkasen kohdatessa tapahtuu annihilaatio. Esimerkiksi elektronin ja positronin kohdatessa ne muuttuvat kahdeksi gammakvantiksi eli $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$.

6. Sairaalatutkimuksissa käytetyn radioaktiivisen aineen määrässä tapahtuu tammikuun 1. päivä klo 12.00 $5,2 \cdot 10^8$ hajoamista sekunnissa. Tasan viikon kuluttua hajoamisia tapahtuu $4,4 \cdot 10^7$ hajoamista sekunnissa. Mikä on kyseisen aineen aktiivisuus tammikuun 21. päivä klo 12.00?

$$A_0 = 5,2 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

$$A_1 = 4,4 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

$$t_1 = 7 \text{ d} = 604800 \text{ s}$$

$$t_2 = 20 \text{ d} = 1728000 \text{ s}$$

Hajoamisvakio voidaan ratkaista yhtälöstä

$$A_1 = A_0 e^{-\lambda t_1} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{-\ln \frac{A_1}{A_0}}{t_1}$$

Aktiivisuus tammikuun 21. päivä saadaan yhtälöstä

$$A_2 = A_1 e^{-\lambda t_2} = A_1 e^{\frac{-\ln \frac{A_1}{A_0}}{t_1} t_2} = 4,4 \cdot 10^7 \text{ Bq} \cdot e^{\frac{-\ln \frac{4,4 \cdot 10^7 \text{ Bq}}{5,2 \cdot 10^8 \text{ Bq}}}{604800 \text{ s}} \cdot 1728000 \text{ s}} = 37933,43741 \text{ Bq} \approx 38 \text{ kBq}$$

Tulos: Aktiivisuus tammikuun 21. päivä klo 12.00 on 38 kBq.

Integroidut tehtävät • Ratkaisut

I. Galvaaninen kenno koostuu kadmiumista ($E = -0,40\text{ V}$) ja elohopeasta ($E = +0,86\text{ V}$).

a. Kumpi hapettuu ja kumpi pelkistyy? Mikä on kyseisen kennon kennopotentiali?

Kirjoita kennoreaktiot ja kokonaisreaktio.

b. Kolme samanlaista kennoa kytketään sarjaan, ja niiden lisäksi piiriin kytketään rinnan kaksi lampua, joista toisen resistanssi on $5,0\ \Omega$ ja toisen $8,0\ \Omega$. Kuinka suuret virrat lampujen kautta kulkee? Miten paljon lamput kuluttavat yhteensä virtaa 60,0 minuutin aikana?

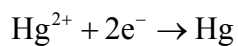
a. Kadmium hapettuu ja elohopea pelkistyy.

Kennopotentiali: $E_{\text{kenno}} = 0,86\text{ V} - (-0,40\text{ V}) = 1,26\text{ V}$

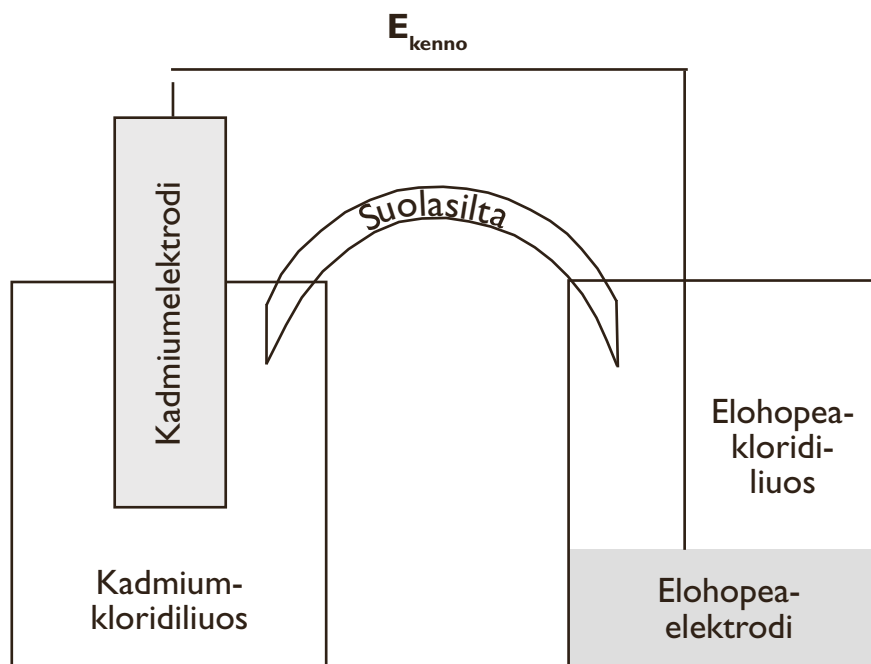
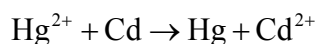
Anodilla eli negatiivisella elektrodilla hapetusreaktio:



Katodilla eli positiivisella elektrodilla pelkistysreaktio:



Kokonaisreaktio:



b.

$$R_1 = 5,0 \, \Omega$$

$$R_2 = 8,0 \, \Omega$$

$$t = 60,0 \text{ min} = 3,60 \cdot 10^3 \text{ s}$$

Kennot on kytketty sarjaan $\rightarrow U = 3 \cdot E_{\text{kenno}} = 3 \cdot 1,26 \text{ V} = 3,78 \text{ V}$

Lamput on kytketty rinnan eli koko systeemin resistanssi saadaan kaavasta

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \rightarrow \quad R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{5,0\Omega} + \frac{1}{8,0\Omega} \right)^{-1} = 3,0769 \dots \Omega$$

Virta saadaan yhtälöstä

$$I = \frac{U}{R} = \frac{3,78 \text{ V}}{3,0769 \dots \Omega} = 1,2285 \text{ A} \approx 1,2 \text{ A}$$

Vastuksen R_1 läpi kulkee virta

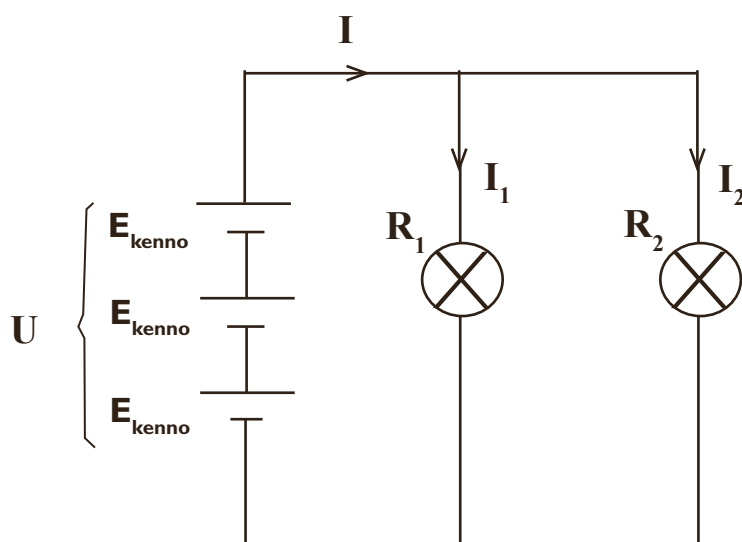
$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{3,78 \text{ V}}{5,0\Omega} = 0,756 \text{ A} \approx 0,76 \text{ A}$$

ja vastuksen R_2 läpi kulkee virta

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{3,78 \text{ V}}{8,0\Omega} = 0,4725 \text{ A} \approx 0,47 \text{ A}$$

Lamppujen kuluttama energia saadaan yhtälöstä

$$E = UIt = 3,78 \text{ V} \cdot 1,2285 \text{ A} \cdot 3,60 \cdot 10^3 \text{ s} = 16717,428 \text{ J} \approx 17 \text{ kJ} \approx 4,6 \text{ Wh}$$



2. Natriumkloridin vesiliuoksen resistiivisyys (Ωm) on verrannollinen konsentraatioon (mol/l) kaavaan $\rho = \frac{1}{5c}$ mukaan. Sairaalassa valmistettiin suolaliuos punnitsemalla 8,77 g ruokasuolaa ja mittaamalla 1000,0 ml tislattua vettä. Näin valmistettua suolaliuosta oltiin antamassa potilaalle, kun vahingossa 5,0 mm sisähalkaisijaltaan oleva letku katkesi 65 cm:n päästä potilaasta ja osui sähkölaitteeseen, jossa jännite 230 V. Kuinka suuri virta letkun läpi kulki potilaan käteen, joka oli kiinni sängyn rungossa (sängyn runko oli maadoitettu)? (Letkua voidaan ajatella eristeenä suolaliuosjohtimen ympärillä.)

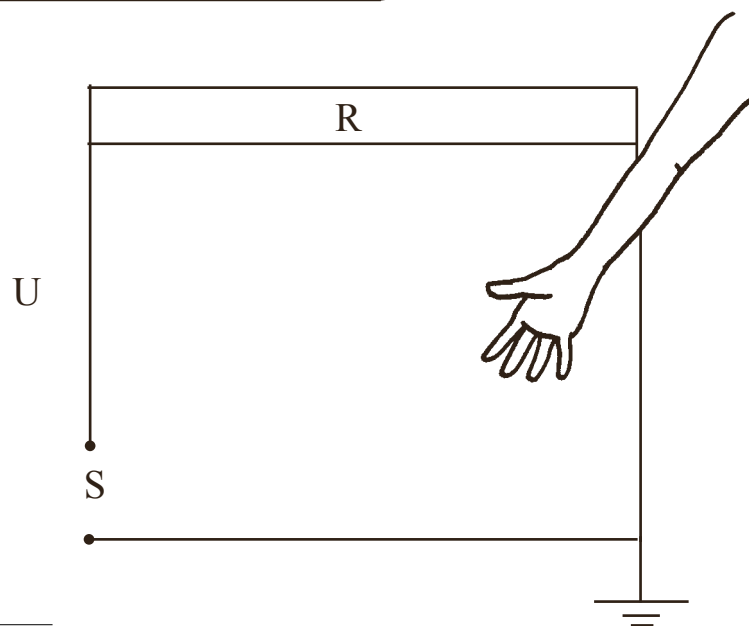
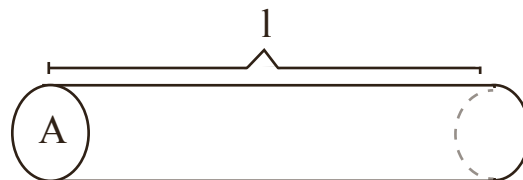
$$m(\text{NaCl}) = 8,77 \text{ g}$$

$$V = 1000,0 \text{ ml}$$

$$l = 65 \text{ cm}$$

$$d = 5,0 \text{ mm}$$

$$U = 230 \text{ V}$$



Suolaliuoksen konsentraatio on

$$c = \frac{n}{V} = \frac{m}{M \cdot V} = \frac{8,77 \text{ g}}{(22,99 + 35,45) \text{ g/mol} \cdot 1,00001} = 0,150068... \text{ mol/l}$$

Suolaliuoksen resistiivisyys on

$$\rho = \frac{1}{5c} = \frac{1}{5 \cdot 0,150068... \text{ mol/l}} = 1,3327... \Omega\text{m}$$

Suolaliuoksen resistanssi letkun matkalla on

$$R = \rho \frac{l}{A} = \rho \frac{l}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = 1,3327... \Omega\text{m} \cdot \frac{0,65 \text{ m}}{\pi \cdot \left(\frac{0,005 \text{ m}}{2}\right)^2} = 44118,8... \Omega$$

Potilaaseen kulkee letkun läpi virta

$$I = \frac{U}{R} = \frac{230 \text{ V}}{44118,8... \Omega} = 0,00521... \text{ A} \approx 5,2 \text{ mA}$$

Tulos: Potilaan käteen kulki letkun kautta 5,2 mA:n virta.

3. Etanolin palamisessa vapautuu energiaa 29,7 MJ kilogrammaa etanolia kohti. Kirjoita etanolin palamiselle reaktioyhtälö. Miten painavan $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$:n jääpalan pystyy sulattamaan vedeksi polttamalla 0,5 litraa etanolia? Etanolin tiheys on 800 kg/m^3 . Oletetaan, että kaikki palamisessa syntyvä lämpö siirtyy jälle.

$$E = 29,7\text{ MJ/kg}$$

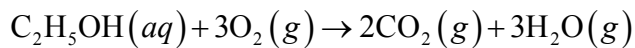
$$V = 0,5\text{ l}$$

$$\rho = 800\text{ kg/m}^3$$

$$T_1 = -18\text{ }^{\circ}\text{C} = 255,15\text{ K}$$

$$T_2 = 0\text{ }^{\circ}\text{C} = 273,15\text{ K}$$

Reaktioyhtälö:



Etanolia palaa 0,5 litraa, josta saadaan etanolin massa

$$m_{\text{EtOH}} = \rho V = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,0005\text{ m}^3 = 0,4\text{ kg}$$

Palamisessa vapautuu energiaa

$$Q_1 = m_{\text{EtOH}} \cdot E = 0,4\text{ kg} \cdot 29,7 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = 11,88\text{ MJ}$$

Jää vastaanottaa lämmitessään energiaa määrän

$$Q_2 = c_{\text{jää}} m_{\text{jää}} \Delta T$$

ja sulaessaan määrän

$$Q_3 = s m_{\text{jää}}$$

Jää vastaanottaa etanolin palamisessa vapautuvan energian eli

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$Q_1 = c_{\text{jää}} m_{\text{jää}} \Delta T + s m_{\text{jää}} \quad \rightarrow$$

$$m_{\text{jää}} = \frac{Q_1}{c_{\text{jää}} \Delta T + s} = \frac{11,88 \cdot 10^3\text{ kJ}}{2,09 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (273,15 - 255,15)\text{ K} + 333 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 32,0 \dots \approx 30\text{ kg}$$

Tulos: Polttamalla 0,5 litraa etanolia voitaisiin sulattaa 30 kg jäätä.

